

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)

International Scientific Journal Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2017 Issue: 05 Volume: 49

Published: 30.05.2017 <http://T-Science.org>

Vyacheslav Shevtsov
researcher
Taraz state pedagogical Institute

SECTION 2. Applied mathematics. Mathematical modeling.

ON THE DISSIPATION OF SINGULAR DIFFERENTIAL OPERATOR OF THE THIRD ORDER

Abstract: The solution to many of the singular differential operators in some locations can dramatically change the structure of the phase portrait of the remaining singular. This problem is poorly investigated, although modern computer technology allows to speed up the process.

Key words: differential operator, the singularity, the dissipativity.

Language: Russian

Citation: Shevtsov V (2017) ON THE DISSIPATION OF SINGULAR DIFFERENTIAL OPERATOR OF THE THIRD ORDER. ISJ Theoretical & Applied Science, 05 (49): 257-278.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-05-49-41> **Doi:**  <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2017.05.49.41>

О ДИССИПАТИВНОСТИ СИНГУЛЯРНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Аннотация: Решение многих сингулярных дифференциальных операторов в некоторых точках могут резко менять структуру фазового портрета оставаясь сингулярными. Данная задача плохо исследованна, хотя современная компьютерная технология позволяет ускорить данный процесс.

Ключевые слова: дифференциальный оператор, сингулярность, диссипативность.

Введение

Основу исследований составляют хорошо известные и апробированные алгоритмы решения задач дифференциальных уравнений и современные математические пакеты Maple. Особое внимание уделено поиску коэффициентов, при которых решение дифференциального уравнения ведет себя диссипативно.

Основание для разработки темы.

Диссипативность сингулярного дифференциального оператора недостаточно исследованна.

Исходными данными для разработки темы являются известные теоремы, определения дифференциальных операторов, сингулярности и диссипативности.

Обоснование необходимости проведения научно-исследовательской работы.

Для совершенствования методов расчета сингулярных дифференциальных операторов третьего порядка, необходимо проведение исследования с применением

современных алгоритмов и компьютерных технологий.

Актуальность проблемы.

При решении некоторых задач функционального анализа возникает необходимость расчета сингулярности дифференциальных операторов.

Сведения о планируемом научно-техническом уровне разработки.

Теоретические исследования и математические модели позволяют производить расчет диссипативности и сингулярности дифференциальных операторов. Результаты исследования могут с успехом использоваться при построении сингулярности дифференциальных операторов третьего порядка.

Целью работы является изучить дифференциальные операторы, разработать алгоритмы и принципы расчета диссипативности дифференциальных операторов.

Для достижения этой цели в работе решались следующие задачи:



Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

- изучение сингулярности дифференциальных операторов;
- исследование диссипативности дифференциальных операторов;
- построение сингулярного дифференциального оператора третьего порядка
- разработка программы на Maple и ее апробация для различных начальных условий;

Научная новизна исследований

- исследована диссипативность сингулярного дифференциального оператора при некоторых начальных условиях, задача реализована на Maple.

Основные научные положения выносимые на защиту:

- теоретические алгоритмы и методы расчета диссипативности и сингулярности дифференциального оператора.
- Результаты расчетов

Практическая ценность

- разработанные алгоритмы и программное обеспечение позволяет исследовать диссипативность сингулярного дифференциального оператора третьего порядка.

Обоснованность и достоверность полученных результатов -подтверждается тем, что они были получены на основе известных теоретических и апробированных методов функционального анализа.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИССИПАТИВНОСТИ

Методы фазового пространства относятся к наиболее ранним точным аналитическим методам теории нелинейных систем. К ним относится метод фазовой плоскости и метод точечных отображений или преобразований [1].

Фазовым пространством называется пространство, по осям координат которого отложены переменные, характеризующие состояние динамической системы. Если движение системы описывается дифференциальным уравнением n -го порядка, то состояние этой системы в любой момент времени можно характеризовать некоторой точкой n -мерного фазового пространства, по осям которого отложены одна из координат системы и $(n-1)$ ее производных. Точка, характеризующая состояние системы, называется *изображающей точкой*.

При движении системы изображающая точка описывает в фазовом пространстве некоторую кривую, называемую *фазовой*

траекторией. Каждому определенному переходному процессу в фазовом пространстве соответствует определенная фазовая траектория. Начальное положение изображающей точки определяется начальными условиями. В установившемся равновесном состоянии системы все производные рассматриваемой переменной равны нулю; соответствующие этому точки фазового пространства находятся в покое и называются *особыми точками*. Совокупность фазовых траекторий для всевозможных начальных отклонений называется *фазовым портретом* системы.

Имея фазовый портрет системы, определяют по нему особые точки и траектории, исследуют устойчивость системы и оценивают качество процесса управления.

Метод фазовой плоскости используется для исследования систем второго порядка и заключается в построении фазовых портретов на плоскости. Для этого из уравнений состояния исключается время и определяются уравнения фазовых кривых. Задача становится достаточно простой, если рассматривается система с кусочно-линейной характеристикой нелинейного элемента. В этом случае в разных областях фазовой плоскости система описывается линейными уравнениями, в соответствии с которыми строятся фазовые траектории, которые в дальнейшем "сшиваются" по линиям переключения, определяемым видом нелинейной характеристики.

При исследовании нелинейных систем высокого порядка их аппроксимируют системами второго порядка с эквивалентным запаздыванием.

Для изображения процессов на фазовой плоскости нелинейное уравнение, описывающее систему, заменяют эквивалентными уравнениями первого порядка вида

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = f(x, y); \\ \frac{dx}{dt} = y; \end{cases} \quad (1)$$

где x, y - координата системы и ее первая производная;

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

$f(x, y)$ - нелинейная функция.

Разделив первое из уравнений (1) на второе, получим дифференциальное уравнение, из которого исключено время t :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x, y)}{y} \quad (2)$$

Решение данного уравнения

$$y = F(x) \quad (3)$$

определяет уравнение фазовой траектории, которая графически изображается на фазовой плоскости (x, y) . Каждой совокупности начальных условий (x_0, y_0) соответствует свое решение и своя фазовая траектория. Семейство фазовых траекторий характеризует все возможные виды переходных процессов в данной системе управления при любых начальных условиях и образует ее фазовый портрет.

Основные свойства фазовых траекторий вытекают из выражения (2):

1) если $f(x, y)$ определена и непрерывна в некоторой области и имеет непрерывные частные производные по своим аргументам, то через всякую точку фазовой плоскости, за исключением особых точек, проходит единственная фазовая траектория. Это означает, что фазовые траектории не пересекаются между собой;

2) так как при $y > 0$ производная $dx/dt > 0$ и x только возрастает, то в верхней фазовой полуплоскости при возрастании времени t изображающая точка движется слева направо. Соответственно в нижней

полуплоскости движение происходит справа налево. Направление движения на траекториях показывают стрелками;

3) в точках, где $y=0$, $f(x, y) \neq 0$ (неособых точках на оси абсцисс), фазовые траектории пересекают ось под прямым углом.

В тех случаях, когда решение уравнения (2) аналитическими методами затруднительно или невыполнимо, фазовые траектории можно построить приближительным графическим методом изоклин [2, 5, 10].

Изоклины представляют собой геометрическое место всех точек фазовой плоскости, для которых наклон фазовой траектории равен постоянному значению c_i , то есть $dy/dx = c_i$. Тогда вместо (2) можно написать уравнение

$$\frac{f(x, y)}{y} = c_i,$$

из которого получается уравнение изоклины

$$y = j(x, c_i).$$

Задавая различные значения c_i наклона касательных к фазовым траекториям, пересекающим эти изоклины, строят семейство изоклин, которые используются для построения фазовых траекторий (рис. 1). Фазовая траектория в точке пересечения с изоклиной имеет угол наклона $\arctg c_i$. В качестве примера на рис. 1 на изоклинах отмечены наклоны касательных к пересекающим их траекториям направляющими стрелками и построена фазовая траектория, исходящая из точки А.

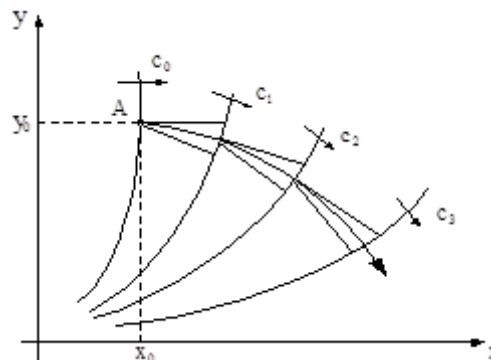


Рисунок 1 - Построение фазовой траектории методом изоклин.

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

Рассмотрим фазовые траектории линейной системы второго порядка, переходный процесс в которой описывается уравнением

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_2 x = 0$$

Введя обозначение для скорости изменения регулируемой величины $y = dx/dt$, получим эквивалентные уравнения первого порядка

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y; \\ \frac{dy}{dt} = -a_1 y - a_2 x, \end{cases}$$

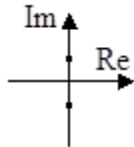
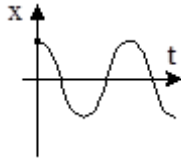

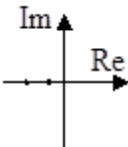
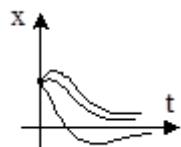

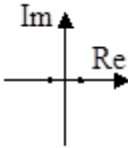
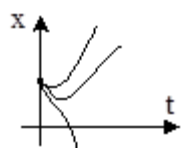

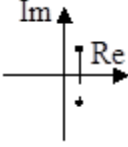
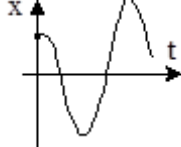

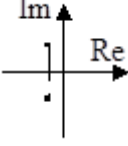
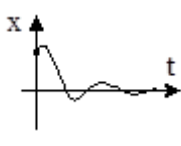

откуда, исключив время t , находим дифференциальное уравнение для определения фазовых траекторий

$$\frac{dy}{dx} = -a_1 - a_2 \frac{x}{y}$$

Решение $y = F(x)$ этого уравнения определяет уравнения фазовых траекторий на фазовой плоскости (x, y) . Возможные виды фазовых портретов системы, соответствующие корням характеристического уравнения $p^2 + a_1 p + a_2 = 0$, приведены в таблице.

Таблица 1

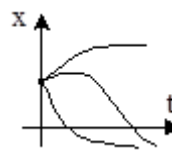
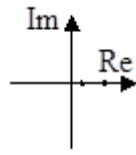
Корни характеристического уравнения.

Корни характеристического уравнения	Переходный процесс	Фазовая траектория
<p>1. $a_1=0, a_2>0$</p> 		 <p>особая точка - центр</p>
<p>2. $a_1^2 > 4a_2, a_1 > 0, a_2 > 0$</p> 		 <p>особая точка - устойчивый узел</p>
<p>3. $a_2 < 0$</p> 		 <p>особая точка - седло</p>
<p>4. $a_1^2 < 4a_2, a_1 < 0, a_2 > 0$</p> 		 <p>особая точка - неустойчивый фокус</p>
<p>5. $a_1^2 < 4a_2, a_1 > 0, a_2 > 0$</p> 		 <p>особая точка - устойчивый фокус</p>

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

6. $a_1^2 > 4a_2, a_1 < 0, a_2 > 0$



Вид и расположение фазовых траекторий, а также направление движения по ним изображающей точки дают возможность судить о характере движения системы и его устойчивости при различных начальных отклонениях. Особые точки и их характер определяют состояние равновесия исходной системы.

Реальные автоматические системы можно считать линейными в предположении малости отклонений переменных от их установившихся значений. За пределами указанной области картина фазовых траекторий может стать качественно иной. В частности, если по линейной теории система неустойчивая и процесс расходится, то может оказаться, что из-за фактической нелинейности характеристик он не будет

расходящимся неограниченно. Картина фазовых траекторий для такой системы изображена на рис. 2.15,а. Здесь вблизи начала координат получаются спирали, как в неустойчивой линейной системе, но далее они приближаются асимптотически к замкнутому контуру ограниченных размеров. К нему же приближаются и все спирали, находящиеся вне контура. Такого рода замкнутый контур представляет собой особый вид линий на фазовой плоскости и называется устойчивым предельным циклом. Устойчивый предельный цикл соответствует автоколебаниям системы. Размеры предельного цикла представляют амплитуды колебаний самой величины x и скорости ее изменения y . Для определения периода автоколебаний необходимо решить уравнение системы во времени.

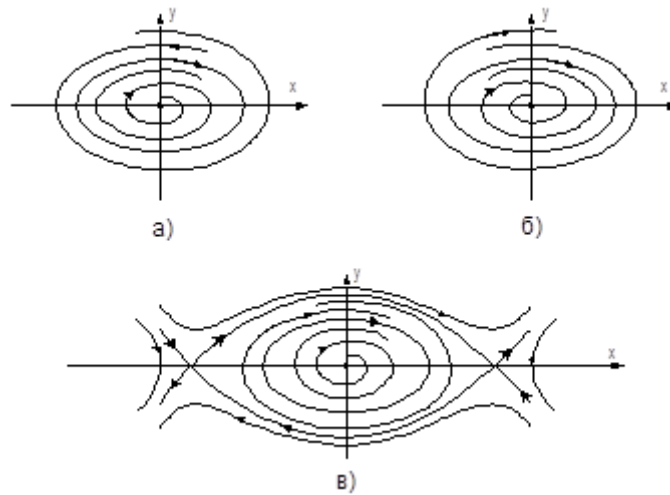


Рисунок 2 - Фазовые траектории нелинейных систем:
а - устойчивый предельный цикл;
б - неустойчивый предельный цикл;
в - фазовый портрет системы с сепаратрисами

На рис. 3 представлен относительно простой фазовый портрет триггерной системы, описывающей явление конкуренции двух одинаковых видов:

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
ПИИЦ (Russia) = 0.234
ESJI (KZ) = 3.860
SJIF (Morocco) = 2.031

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260

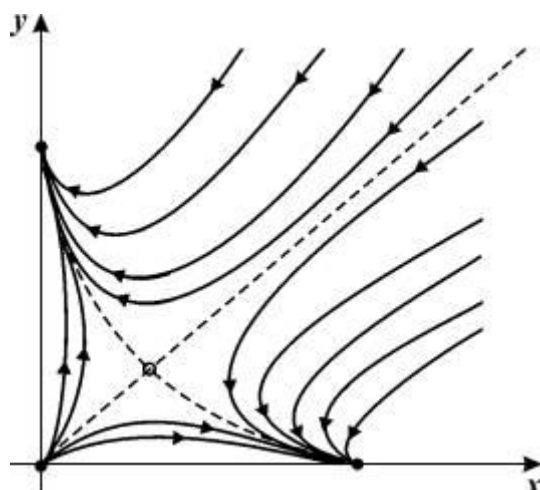


Рисунок 3 - Фазовый портрет триггерной системы, описывающей явление конкуренции между двумя одинаковыми видами.

Соответствующая система уравнений имеет вид:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_1 - x_1 x_2 - a x_1^2,$$
$$\frac{dx_2}{dt} = x_2 - x_1 x_2 - a x_2^2.$$

code: Maple

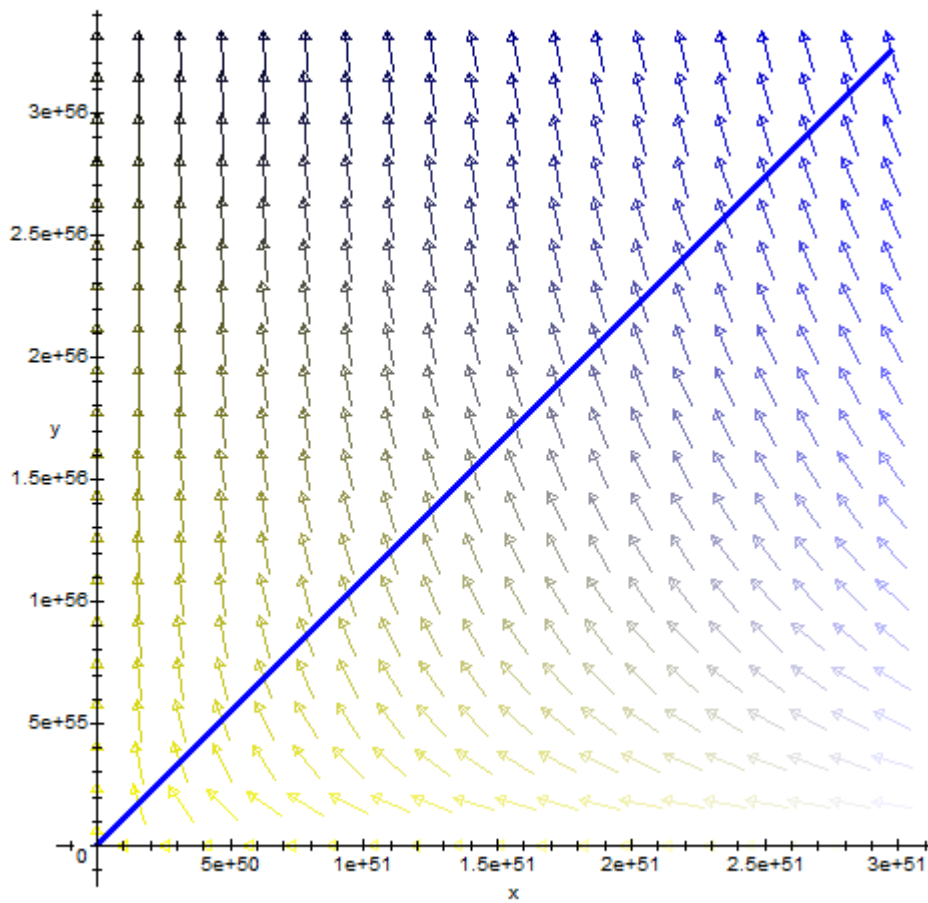
```
restart;with(DEtools):
> a1:=0.2;
> a2:=-3;
> DEplot({
> diff(x(t),t)=x(t)-x(t)*y(t)-a1*x(t)*x(t),
> diff(y(t),t)=y(t)-x(t)*y(t)-a2*y(t)*y(t) },
>
> [x(t),y(t)],t=-2..1,
> [[x(0)=1,y(0)=2],
> [x(1)=1,y(1)=.7],
> [x(-2)=2,y(-2)=-5]
>
> ],
> stepsize=.2,color=[x-y,x-y,x],linecolor=blue,arrows=MEDIUM);

a1 := .2

a2 := -3
```

Impact Factor:

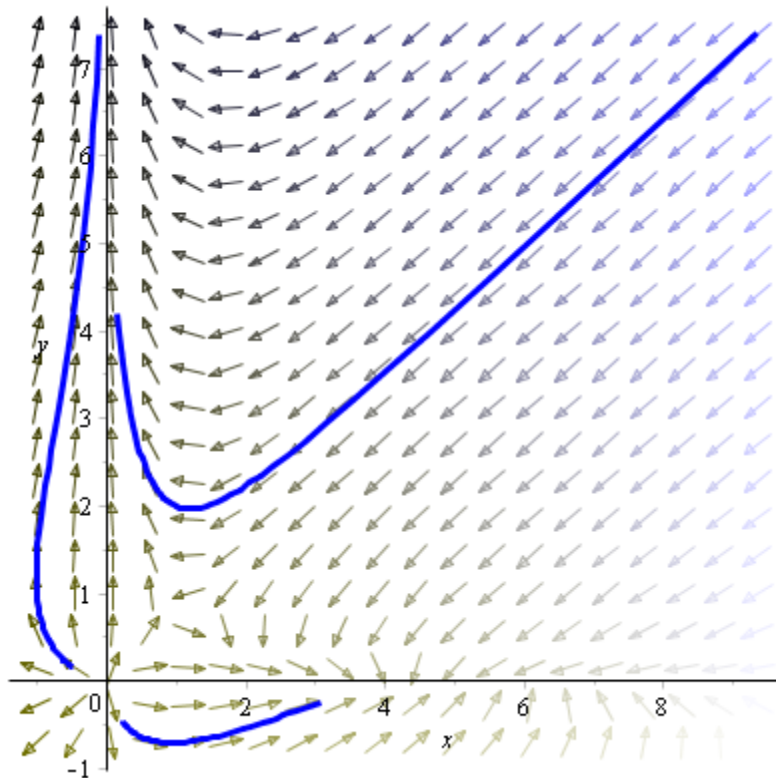
ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHHI (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	



```
> restart;with(DEtools):
a1:=0.2;
a2:=-0.1;
DEplot(
diff(x(t),t)=x(t)-x(t)*y(t)-a1*x(t)*x(t),
diff(y(t),t)=y(t)-x(t)*y(t)-a2*y(t)*y(t) ),
[x(t),\y(t)],t=-1..1,
[[x(0)=1,y(0)=2],
[x(0)=1,y(0)=-.7],
[x(0)=-1,y(0)=1]
],
stepsize=.1,color=[x-y,x-y,x],linecolor=blue,arrows=MEDIUM);
a1:=0.2
a2:=-0.1
```

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHHI (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	



```
> restart; F1:=diff(y1(x),x)=y1(x)-y1(x)*y2(x)-a1*y1(x)*y2(x);
F2:=diff(y2(x),x)=y2(x)-y1(x)*y2(x)-a2*y2(x)*y2(x);
```

$$F1 := \frac{d}{dx} y1(x) = y1(x) - y1(x)y2(x) - a1y1(x)y2(x)$$

$$F2 := \frac{d}{dx} y2(x) = y2(x) - y1(x)y2(x) - a2y2(x)^2$$

```
=
> yt:=solve(F1,y2(x));
```

$$yt := \frac{-\left(\frac{d}{dx} y1(x)\right) + y1(x)}{y1(x)(a1 + 1)}$$

```
=
> F3:=simplify(subs(y2(x)=yt,F2));
```

$$F3 := \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{-\left(\frac{d}{dx} y1(x)\right) + y1(x)}{y1(x)(a1 + 1)} \right) = - \frac{\left(-\left(\frac{d}{dx} y1(x)\right) + y1(x)\right) \left(y1(x)^2 a1 + y1(x)^2 - y1(x) a1 + a2 y1(x) - a2 \left(\frac{d}{dx} y1(x)\right) - y1(x)\right)}{y1(x)^2 (a1 + 1)^2}$$

```
=
> F4:=subs(y1(x)=diff(y(x),x),F3);
```

$$F4 := \frac{-\left(\frac{d^3}{dx^3} y(x)\right) + \frac{d^2}{dx^2} y(x)}{\left(\frac{d}{dx} y(x)\right) (a1 + 1)} - \frac{\left(-\left(\frac{d^2}{dx^2} y(x)\right) + \frac{d}{dx} y(x)\right) \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x)\right)}{\left(\frac{d}{dx} y(x)\right)^2 (a1 + 1)} =$$

$$\frac{\left(-\left(\frac{d^2}{dx^2} y(x)\right) + \frac{d}{dx} y(x)\right) \left[\left(\frac{d}{dx} y(x)\right)^2 a1 + \left(\frac{d}{dx} y(x)\right)^2 - \left(\frac{d}{dx} y(x)\right) a1 + a2 \left(\frac{d}{dx} y(x)\right) - a2 \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x)\right) - \left(\frac{d}{dx} y(x)\right)\right]}{\left(\frac{d}{dx} y(x)\right)^2 (a1 + 1)^2}$$

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHII (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

> simplify(F4);

$$\frac{\left(\frac{d}{dx}y(x)\right)\left(\frac{d^3}{dx^3}y(x)\right) - \left(\frac{d^2}{dx^2}y(x)\right)^2}{\left(\frac{d}{dx}y(x)\right)^2(a1+1)} = \frac{\left(\frac{d^2}{dx^2}y(x) - \left(\frac{d}{dx}y(x)\right)\right)\left(-\left(\frac{d}{dx}y(x)\right)^2 a1 - \left(\frac{d}{dx}y(x)\right)^2 + \left(\frac{d}{dx}y(x)\right) a1 - a2\left(\frac{d}{dx}y(x)\right) + a2\left(\frac{d^2}{dx^2}y(x)\right) + \frac{d}{dx}y(x)\right)}{\left(\frac{d}{dx}y(x)\right)^2(a1+1)^2}$$

=
> restart;with(DEtools):

a2:=-0.2;

for i from -10 to 10 do

a1:=i/10;

DEplot({

diff(x(t),t)=x(t)-x(t)*y(t)-a1*x(t)*x(t),

diff(y(t),t)=y(t)-x(t)*y(t)-a2*y(t)*y(t) },

[x(t),\y(t)],t=-1..1,

[[x(0)=1,y(0)=2],

[x(0)=1,y(0)=-.7],

[x(0)=-1,y(0)=1]

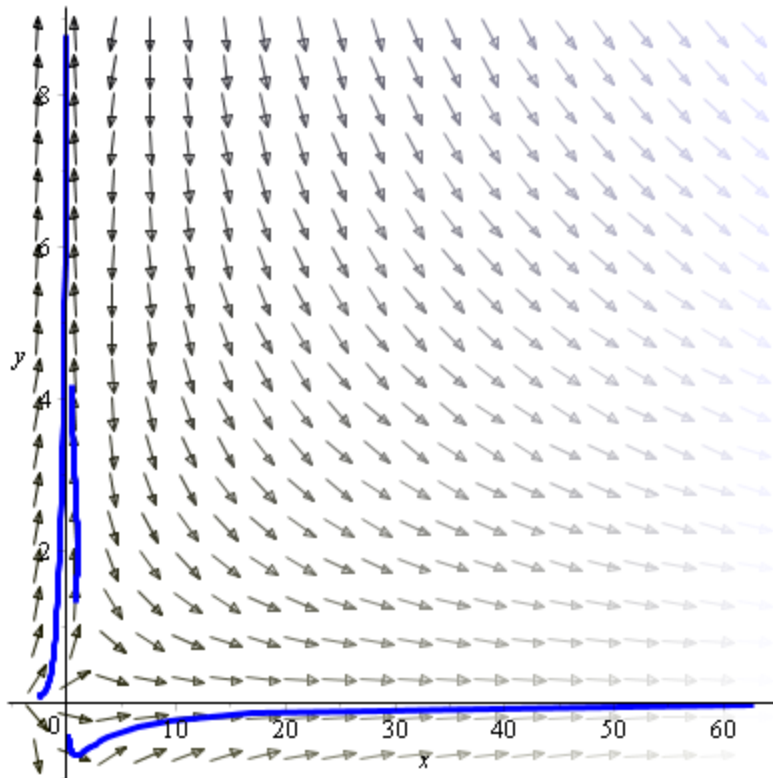
],

stepsize=.2,color=[x-y,x-y,x],linecolor=blue,arrows=MEDIUM);

od;

a2 := -0.2

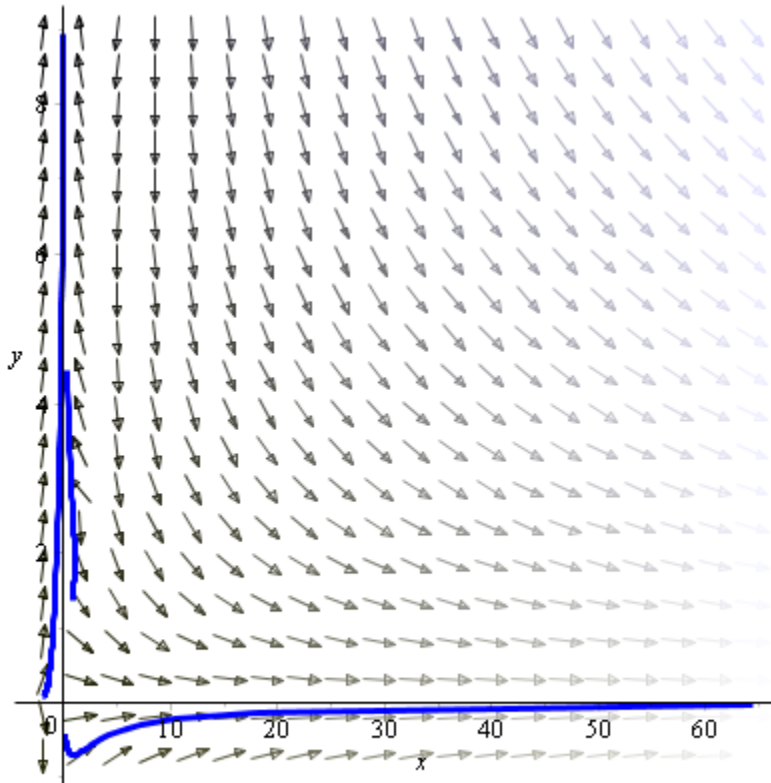
a1 := -1



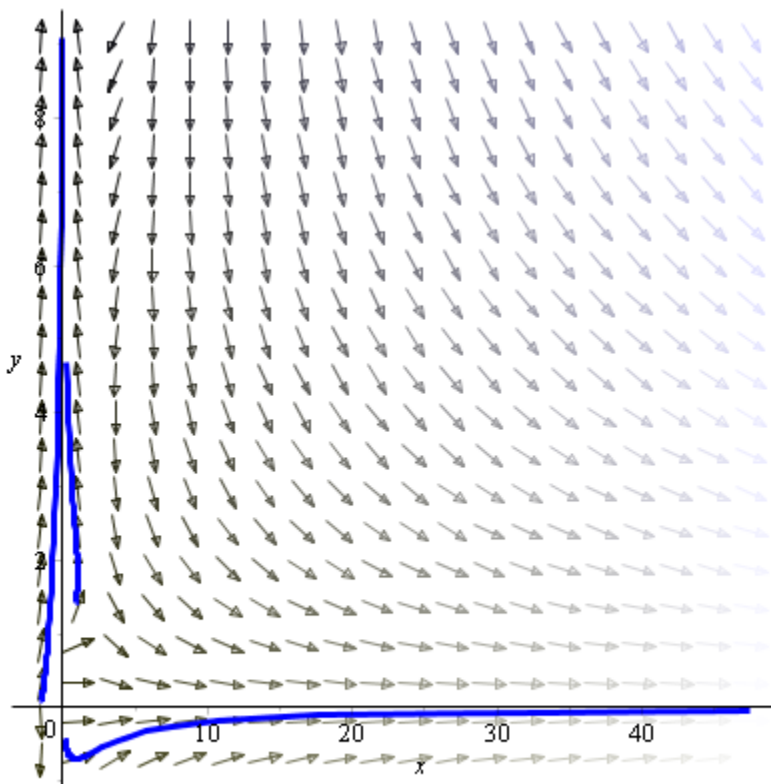
$$a1 := -\frac{9}{10}$$

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHII (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	



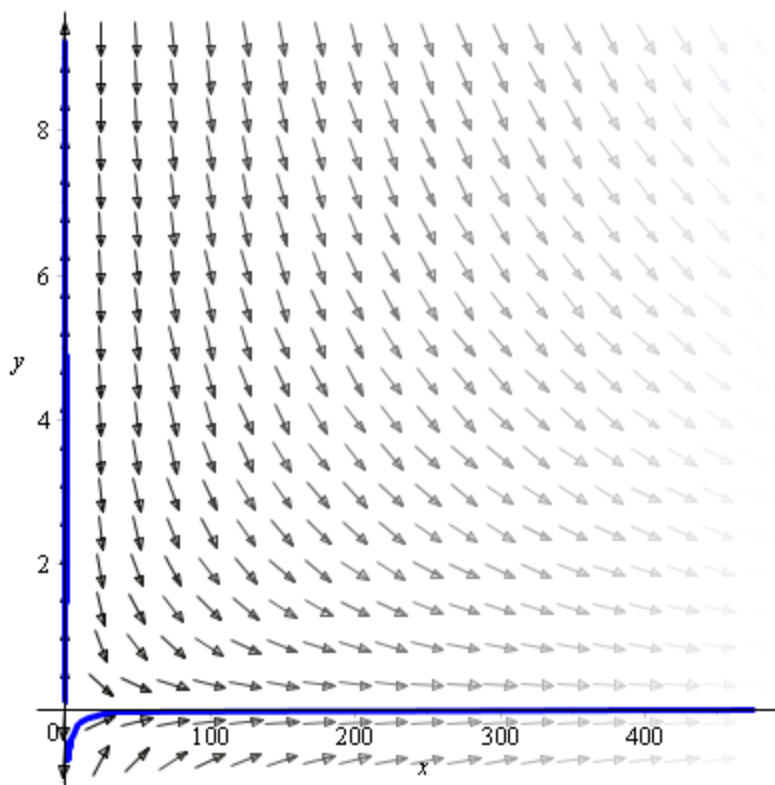
$$al := -\frac{4}{5}$$



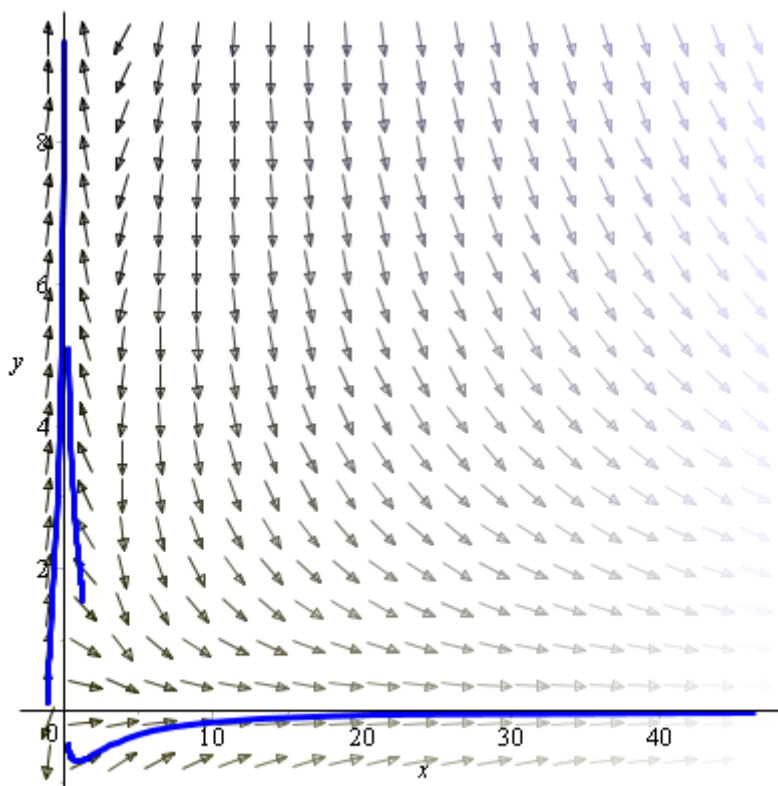
$$al := -\frac{7}{10}$$

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHHI (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	



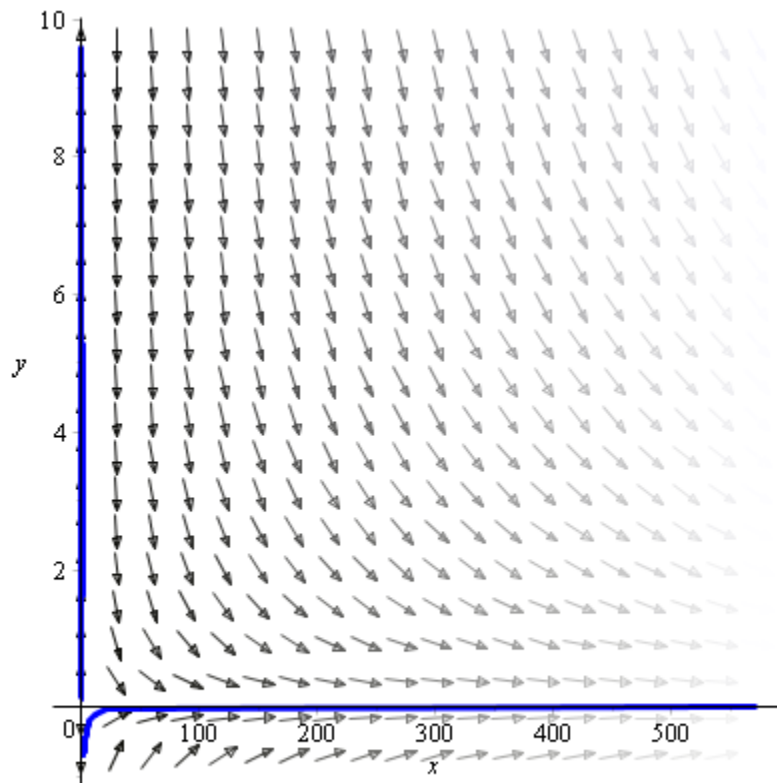
$$a1 := -\frac{3}{5}$$



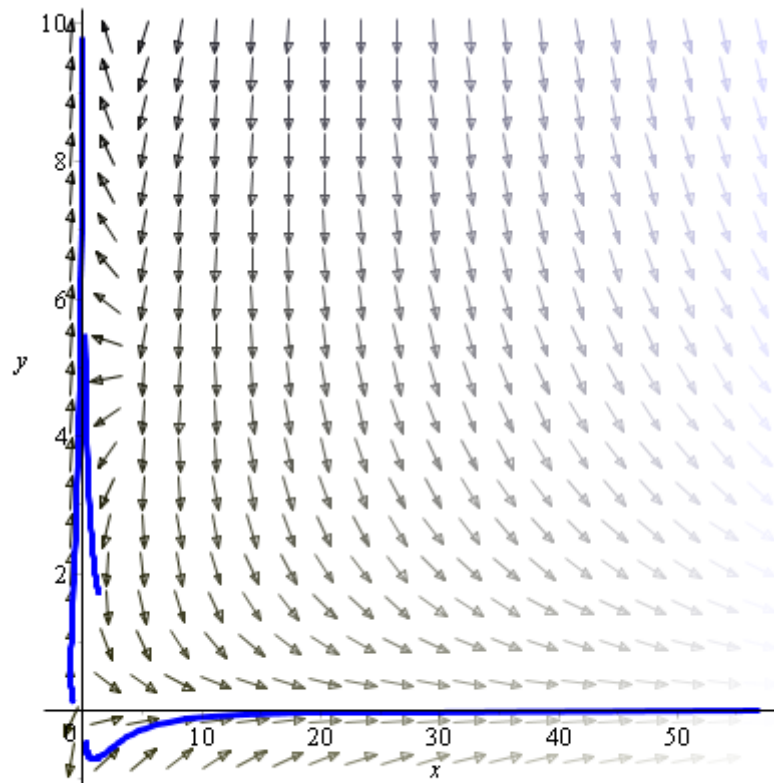
$$a1 := -\frac{1}{2}$$

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHHI (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	



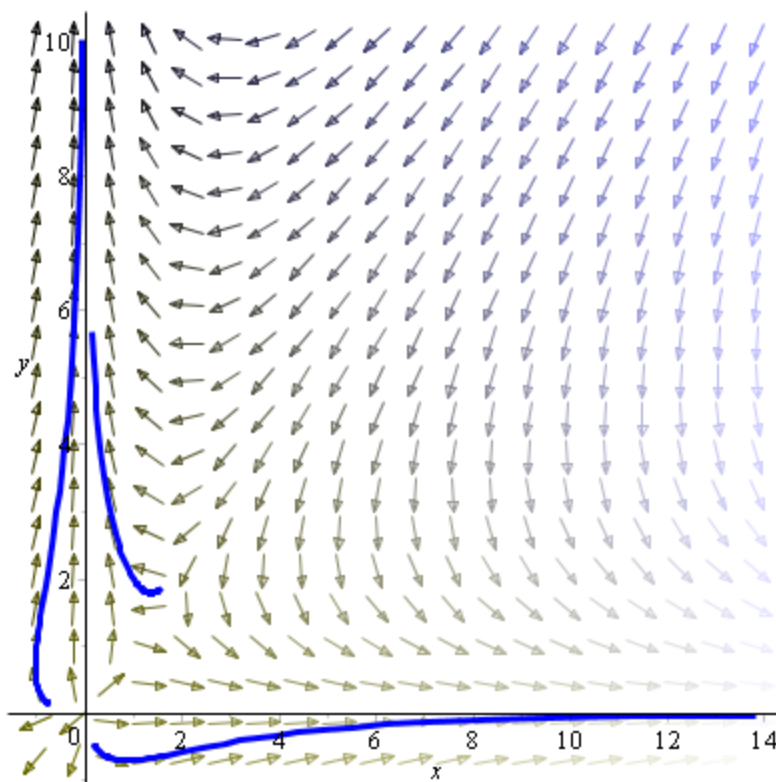
$$a1 := -\frac{2}{5}$$



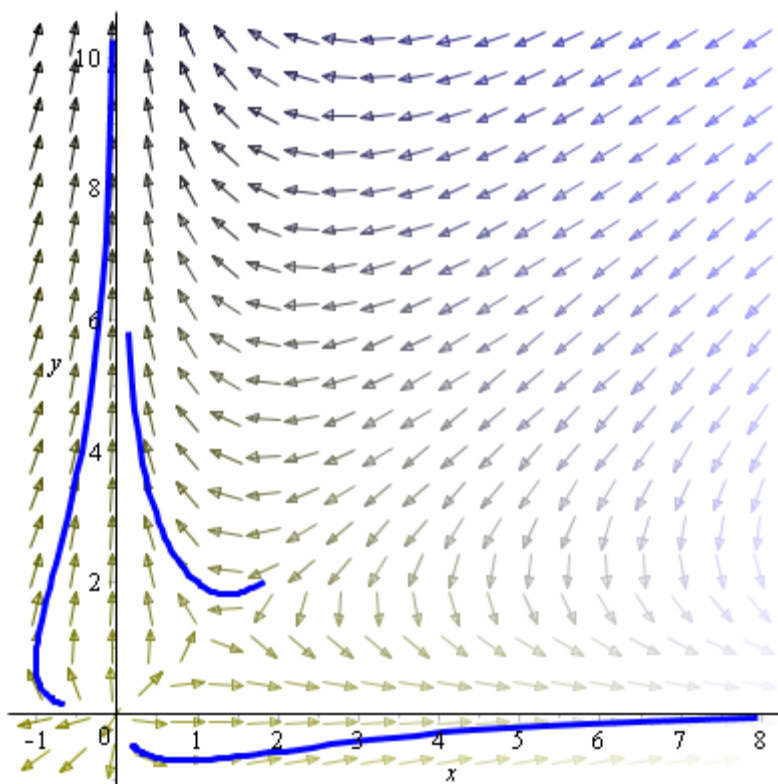
$$a1 := -\frac{3}{10}$$

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHII (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	



$$a1 := -\frac{1}{5}$$

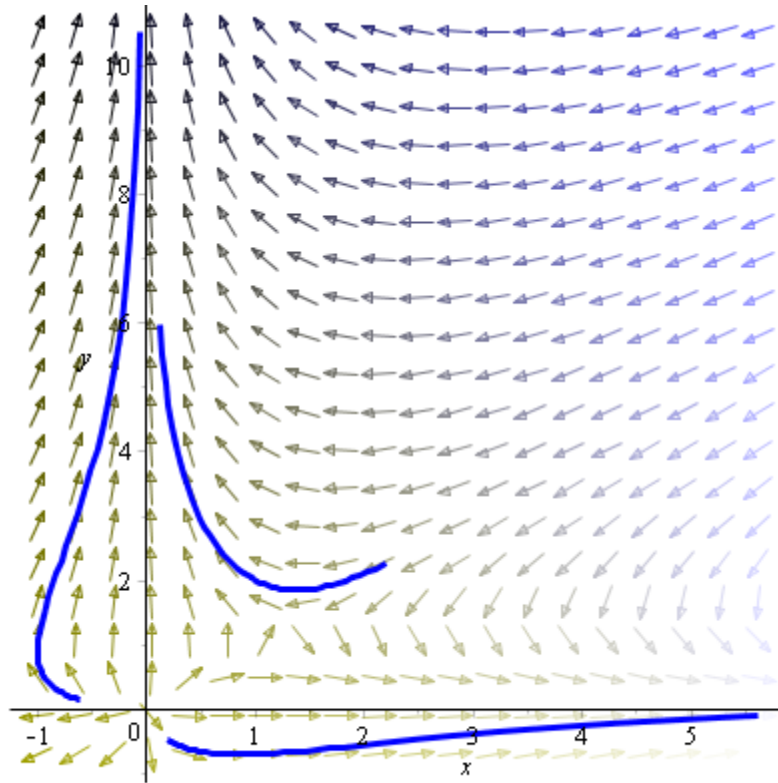


$$a1 := -\frac{1}{10}$$

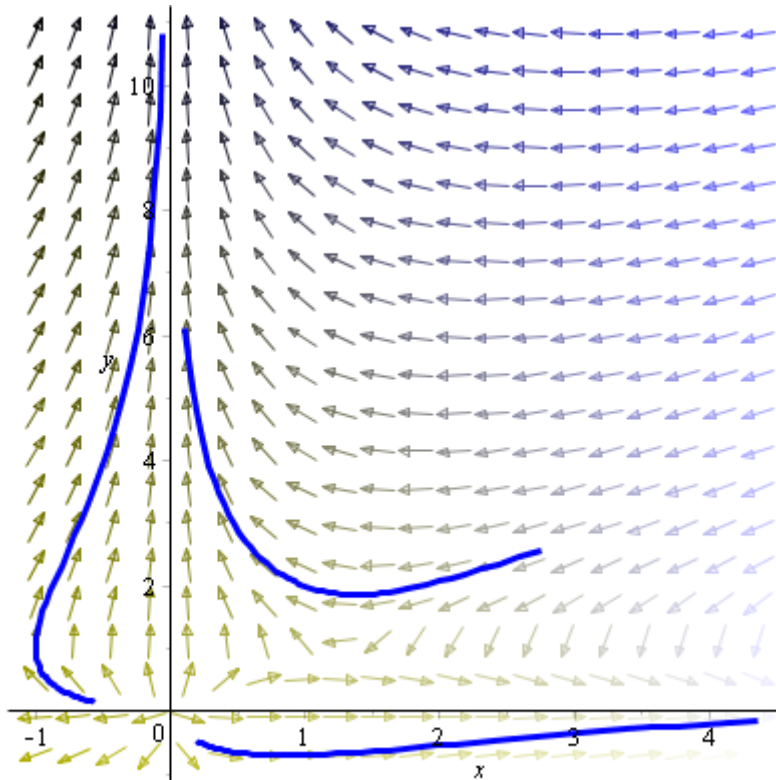


Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHHI (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	



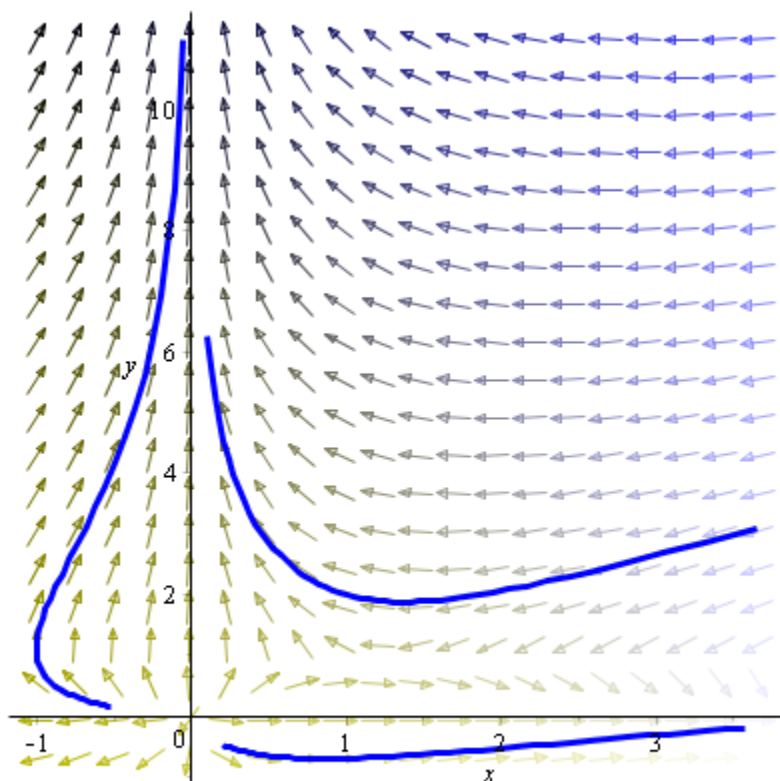
$a1 := 0$



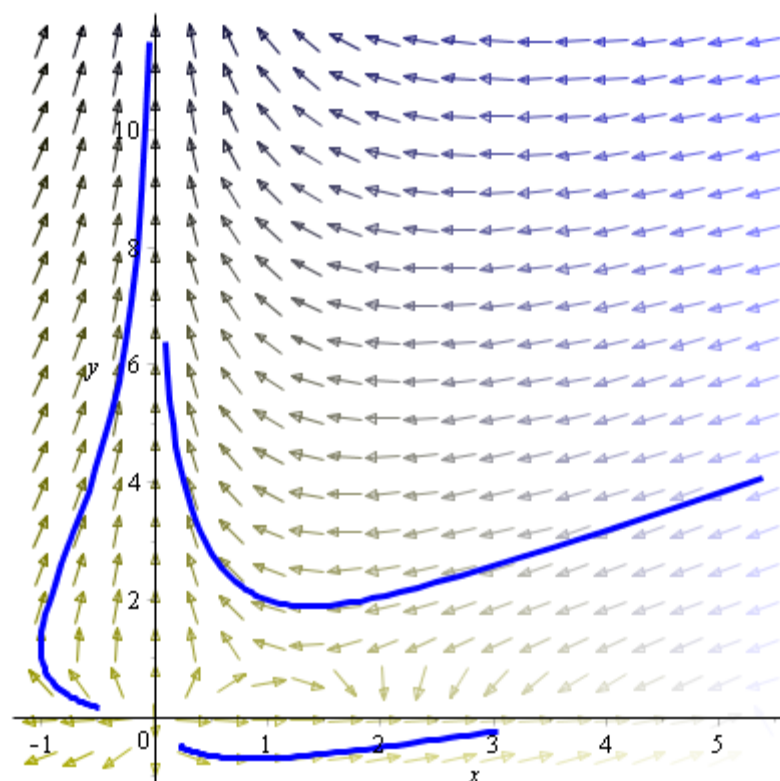
$a1 := \frac{1}{10}$

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHHI (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	



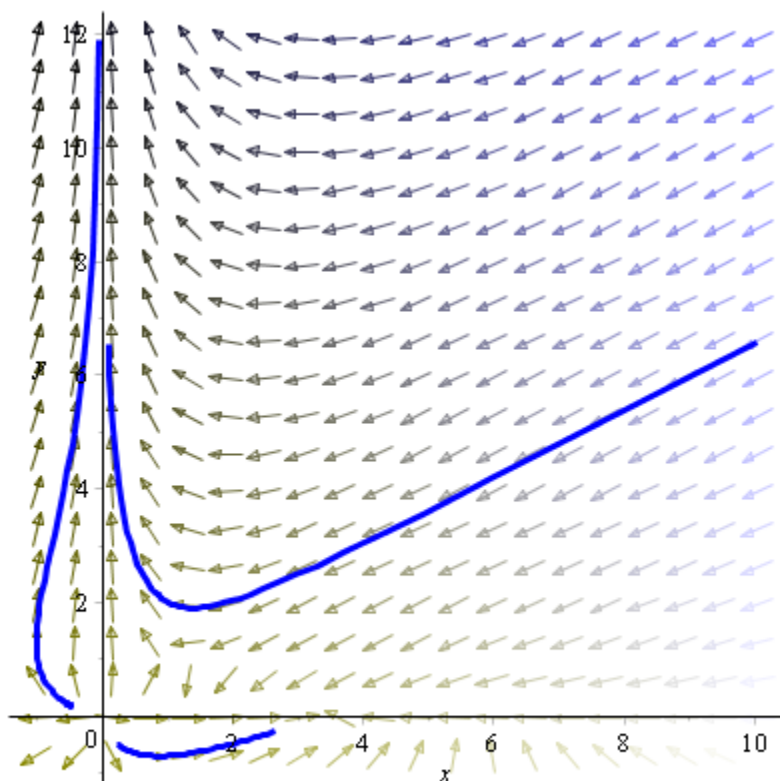
$$aI := \frac{1}{5}$$



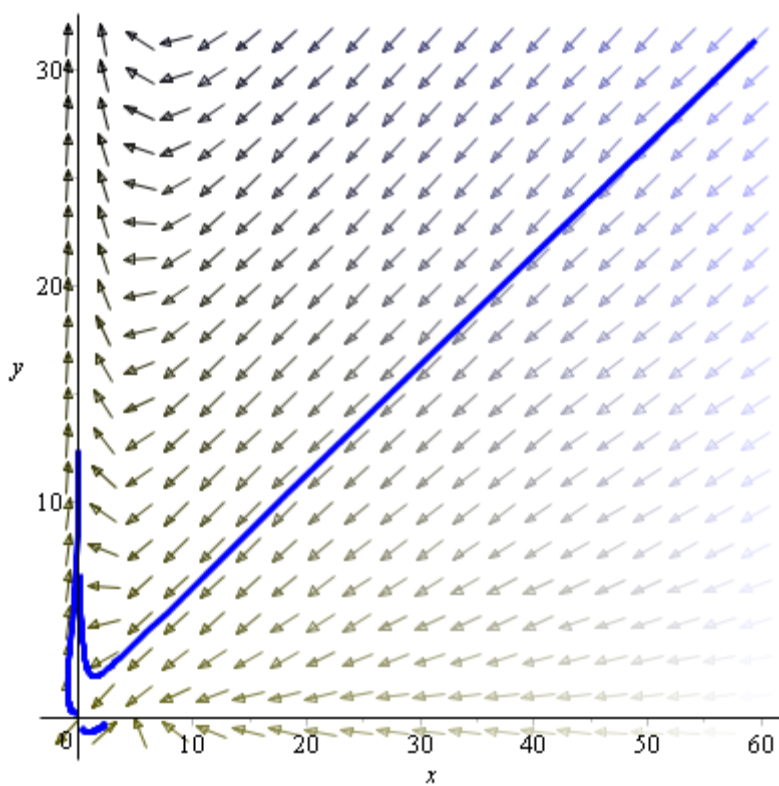
$$aI := \frac{3}{10}$$

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHHI (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	



$$a1 := \frac{2}{5}$$

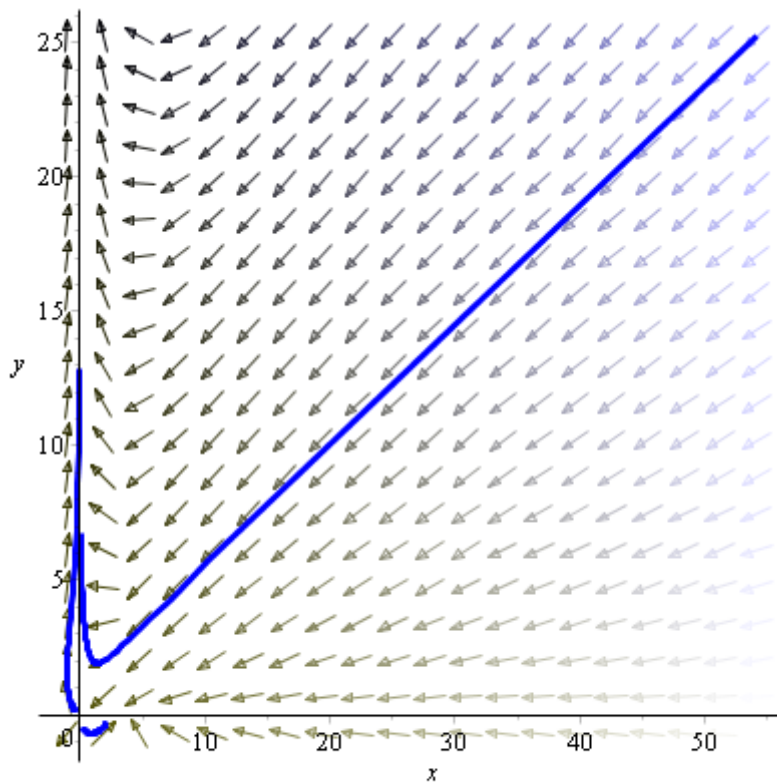


$$a1 := \frac{1}{2}$$

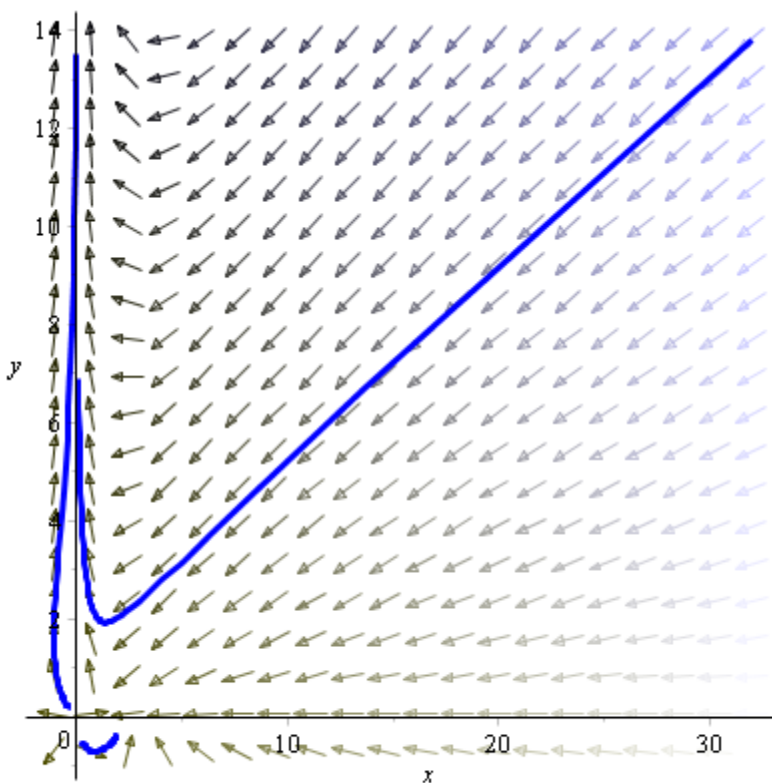


Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHII (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	



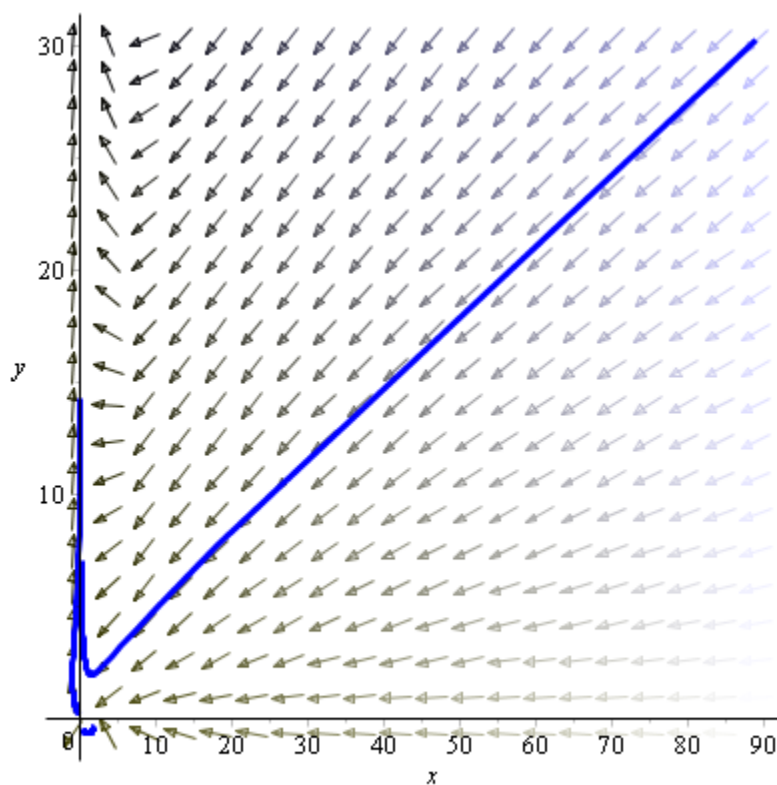
$$aI := \frac{3}{5}$$



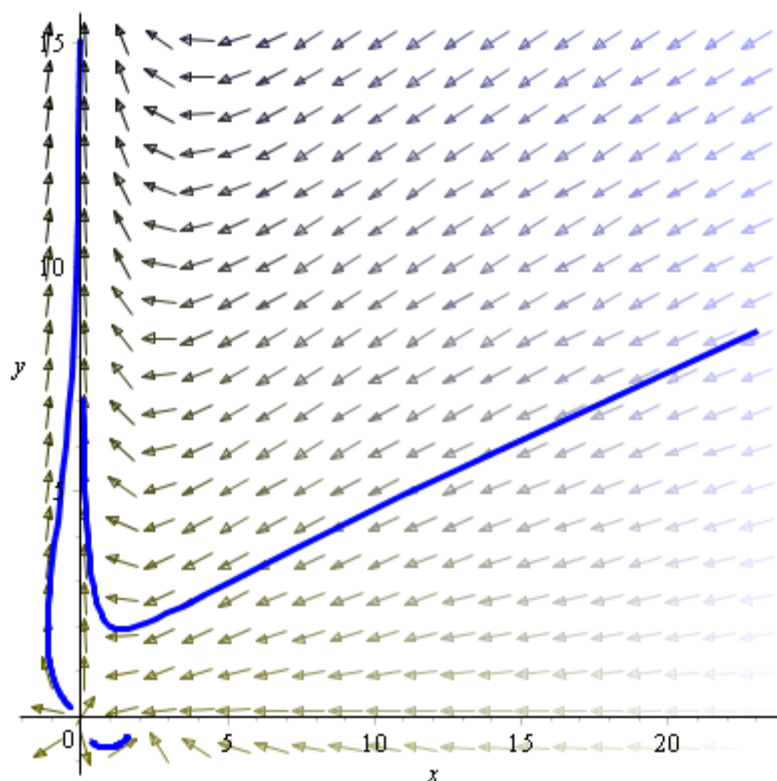
$$aI := \frac{7}{10}$$

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHHI (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	



$$a1 := \frac{4}{5}$$

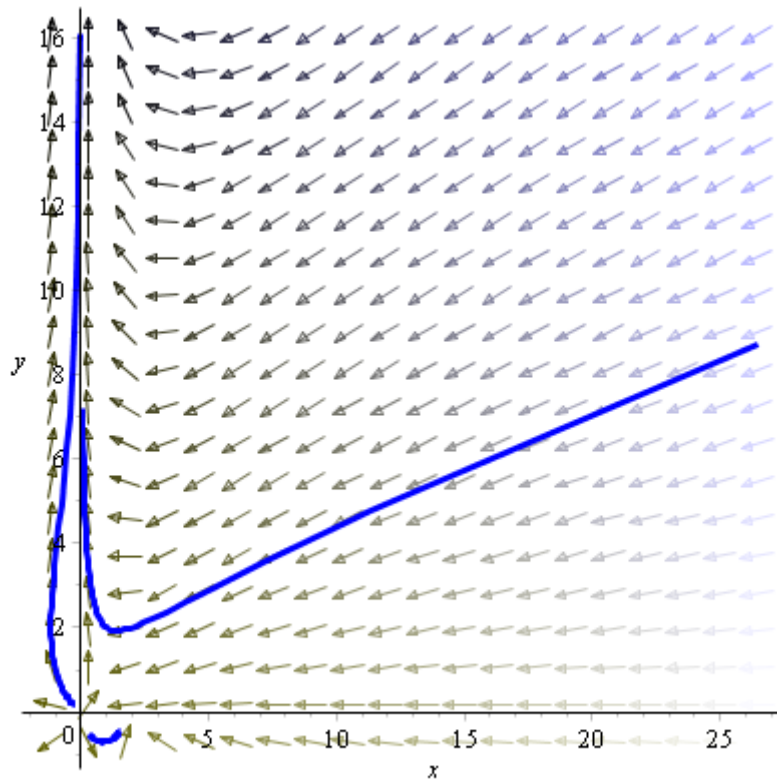


$$a1 := \frac{9}{10}$$

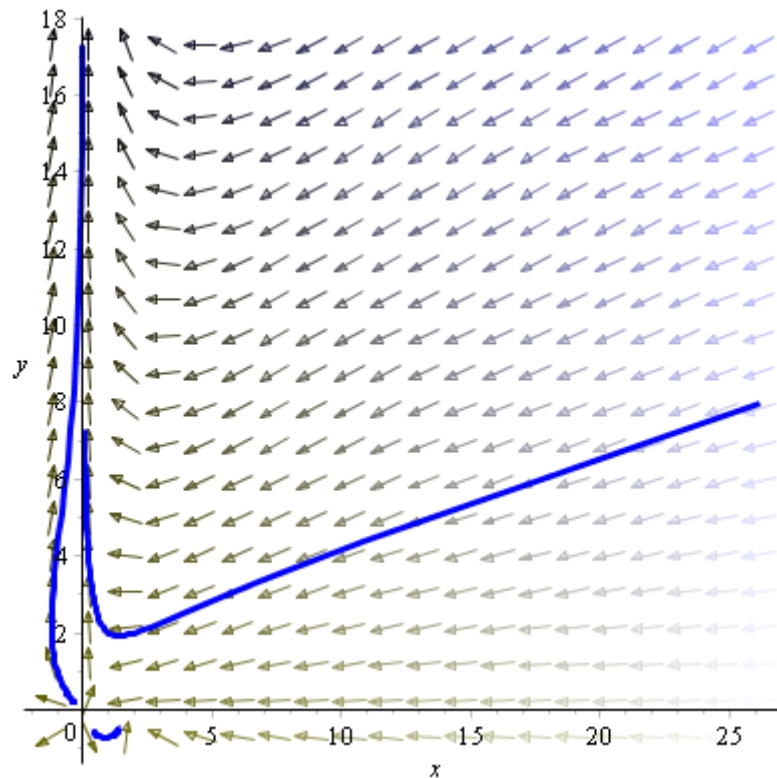


Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHII (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	



$a1 := 1$



Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

Выводы

По результатам проведенного исследования можно сделать выводы, что:

- получено сингулярное дифференциальное уравнение третьего порядка;
- исследованно диссипативность полученного оператора при некоторых начальных условиях при различных коэффициентах;

- разработаны алгоритмы на Maple для исследования диссипативности дифференциальных операторов.

References:

1. (2017) Differencial'nye operatory Available: <http://www.math24.ru/differencial'nye-operator.html> (Accessed: 10.05.2017).
2. (2017) Uchebnoe posobie po kursu "Osnovy optiki" Available: http://aco.ifmo.ru/el_books/basics_optics/glava-1/glava-1-app_1.html (Accessed: 10.05.2017).
3. (1963) Prjamyje metody kachestvennogo spektral'nogo analiza singuljarnyh differencial'nyh operatorov.— M. Fizmatgiz. - 340 p.
4. (1950) K teorii singuljarnyh differencial'nyh operatorov, Uspehi matem. nauk 5, vyp. 6, 102—135.
5. (1960) Razlozhenie po sobstvennym funkcijam nesamosoprjazhennyh singuljarnyh differencial'nyh operatorov vtorogo porjadka, Matem. sborn. 52 (94) 2, 739—788.
6. Adamjan VM, Arov D (1966) Ob unitarnyh sčeplenijah poluunitarnyh operatorov. Mat. issledovanija.— 1, № 2.— p. 3-64.
7. Agranovich 3S, Marchenko VA (1960) Obratnaja zadacha teorii rassejanija. Har'kov,: Izd-vo Har'kovskogo universiteta, - 268 p.
8. Gel'fand IM (1952) O spektre nesamosoprjazhennyh differencial'nyh operatorov// Uspehi mat. nauk.— 7, № 6.- p. 183-184.
9. Zheludev VA (1967) O sobstvennyh znamenijah vozmushhennogo operatora Shrjodingera s periodicheskim potencialom. // Probl. mat. fiz.- 2. -p. 108-123.
10. Ivanov S. A., Pavlov V. S. Karlesonovskie serii rezonansov v zadache
11. (1978) Redzhe // Izv. AN SSSR. Ser. mat.— 42, Sh 1.— p. 26-55.
12. (1980) Vektornye sistemy jeksponent i nuli celyh matric-funkcij //Vest LGU. Ser. mat.,— № 1. - p. 25-30.
13. Kacnelson VJ (1967) Ob uslovijah bazisnosti sistemy kornevyh vektorov nekotoryh klassov operatorov // Funkc. anal. i ego iril. -1, № 2.— p. 39-51.
14. Levin BJ (1956) Raspredelenie kornej celyh funkcij.— M.: GITTL, -632 p.
15. Lidskij VB (1962) O summiruemosti rjadov po glavnym vektoram nesamosoprjazhennyh operatorov // Trudy Mosk. mat. Ob-va.- p. 3-35.
16. Lifshic MS (1966) Operatory, kolebanija, volny (otkrytye sistemy).— M.: Nauka.— 268 p.
17. Ljance VJ (1964) O differencial'nom opereatore so spektral'nymi osobennostjami // Mat. sb.,— 64, N 4.— p. 521-561.
18. (1964) O differencial'nom opereatore so spektral'nymi osobennostjami II // Mat. sb.— 1964.— 65, № 1.— p. 47-103.
19. Martirosjan RM (1957) O spektre nesamosoprjazhennogo differencial'nogo operatora - A+q v trehmernom prostranstve // I z v . AN ArmSSR ser. fiz.-mat.,- 10, № 1.- p. 85-111.
20. Marchenko VL (1960) Razlozhenie po sobstvennym funkcijam nesamosoprjazhennyh singuljarnyh differencial'nyh operatorov vtorogo porjadka // Mat. s b.- 52, № 2 . - p. 739-788.
21. Naboko SN (1974) O nesamosoprjazhennoj modeli Fridrihsa // Zap. nauchn.seminarov LOMI.- 39.— p. 40-58.
22. (1980) Funkcional'naja model' v teorii vozmushhenij i ee prilozhenija k teorii rassejanija // Trudy Mat. in-ta AN SSSR.- 1980.- 147.— p.86-114.
23. Najmark ML (1954) Issledovanie spektra i razlozhenie po sobstvennym funkcijam nesamosoprjazhennogo differencial'nogo operatora na poluosi // Trudy Mosk. mat. ob-Va.- £ - p. 187-270.
24. Nikol'skij NK, Pavlov BS (1970) Bazisy iz sobstvennyh vektorov vpolne neunitarnyh szhatij i harakteristicheskaja funkcija // Izv. AN SSSR. Ser. mat.- 34, № 1 . - p. 9-133.
25. Hrushhev SV (1987) Funkcional'naja model' i nekotorye zadachi spektral'noj teorii funkcij // Trudy Mat. in-ta AN SSSR.- 176.- p. 97-210.



Impact Factor:

ISRA (India)	= 1.344	SIS (USA)	= 0.912	ICV (Poland)	= 6.630
ISI (Dubai, UAE)	= 0.829	PIHII (Russia)	= 0.234	PIF (India)	= 1.940
GIF (Australia)	= 0.564	ESJI (KZ)	= 3.860	IBI (India)	= 4.260
JIF	= 1.500	SJIF (Morocco)	= 2.031		

27. Pavlov BS (1961) O nesamosoprjazhennom opereatore - $u'' - \lambda q(x)y$ na poluosi // Dokl. AN SSSR.- 141, № 4. - p. 807-810.
28. (1962) K spektral'noj teorii nesamosoprjazhennyh differencial'nyh operatorov // Dokl. AN SSSR.— 1962,— 146, № 6.— p. 1267-1270.
29. (1966) O nesamosoprjazhennom opereatore Shrjodingera // Probl. mat. fiz. 1. -p. 102-132.
30. (1967) O nesamosoprjazhennom opereatore Shrjodingera II // Probl. mat. fiz. 2.- p. 133-157.
31. (1968) O nesamosoprjazhennom opereatore Shrjodingera III // Probl. mat. fiz. 3. - p. 59-79.
32. (1971) O polnote nabora rezonansnyh sostojanij dlja sistemy differencial'nyh uravnenij // Dokl. AN SSSR.— 196, № 1.— p. 1272-1275.
33. (1971) O sovместnoj polnote sistemy sobstvennyh funkcij szhatija i ego soprjazhennogo // Probl. mat. fiz.— 5.- p. 101-112.
34. (1972) Nepreryvnyj spektr rezonansov na nefizicheskom liste // Dokl. AN SSSR.— 206, № 6.— p. 1301-1304.
35. (1973) Faktorizacija matricy rassejanija i serijnaja struktura ee kornej // Izv. AN SSSR, Ser. mat.— 37.— p. 217-246.
36. (1973) Ob odnomernom rassejanii ploskih voln na proizvol'nom potencie // Teor. i mat. fiz.— 1973.— 16, № 1.— p. 105-114.
37. (1973) Spektral'nyj analiz differencial'nogo operatora s «razmazannym» granichnym usloviem // Probl. mat. fiz.— p. 101-119.
38. (1974) O teoretiko-operatorskom smysle koeficienta prohozhdenija // Probl. mat. fiz.— 7.— p. 102-125.
39. (1975) Uchet poter' v zadachah rassejanija // Mat. sb.— 97, № 1.— p.77-93.
40. (1975) Ob uslovijah otdelivosti spektral'nyh komponent dissipativnogo operatora // Izv. AN SSSR. Ser. mat.— 39, № 1.— p. 123-148.
41. (1975) Razlozhenie po sobstvennym funkcijam absoljutno-nepreryvnogo spektra dissipativnogo operatora // Vestn. LGU. Ser. mat. - № 1. p. 130-137.
42. (1974) Teorija dilatacij i spektral'nyj analiz nesamosoprjazhennyh differencial'nyh operatorov // V kn. Trudy Sed'moj zimnej shkoly, Drogobych,— M: CJeMI, p. 3-69.
43. (1977) Samosoprjazhennaja dilatacija dissipativnogo operatora Shrjodingera I razlozhenie po ego sobstvennym funkcijam. // Mat. sb.— 102*№ 4.- p. 511-536.
44. (1979) Bazisnost' sistemy jeksponent i uslovie Makenhaupta // Dokl AN SSSR.- 247, № 1.- p. 37-40.
45. (1979) Funkcional'naja model' i spektral'nye osobennosti // Probl. mat. fiz.- 6.- p. 113-121.
46. (1982) Uslovija analitichnosti parcial'noj matricy rassejanija // Probl. mat. fiz. - 10.- p. 183-208.
47. Smirnov NV (1977) Rezonansnoe rassejanie na odnomernom kristalle v tonkoj plenke // Vestn. LGU. Ser. mat. - № 13. - p. 70-80.
48. Strepetov AV (1986) Sovместnaja polnota v sluchae nepreryvnogo spektra // Funkc. analiz i ego pril.— 20, № 1.— p. 33-36.
49. Faddeev LD (1972) Teorija rassejanija i avtomorfnye funkcii // Zap.nauchn. seminarov LOMI,— 27.— p. 161-193.
50. Pekker MA (1976) Rezonansy pri rassejanii akusticheskikh voln sfericheskoj neodnorodnost'ju plotnosti // V kn. «Trudy Sed'moj zimnej shkoly, Drogobych 1974.— M.: CJeMI,— p. 70-100.
51. Potapov VP (1955) Mul'tiplikativnaja struktura analiticheskikh nerastjagiva-jushhih matric— funkcij // Trudy Mosk. mat. ob-va.— 4, - p.125-236.
52. Sadovnichij VA (1973) Analiticheskie metody v spektral'noj teorii differencial'nyh operatorov.— M.: Izd-vo MGU.— 154 p.
53. Sahnovich LA (1968) Dissipativnye operatory s absoljutno-nepreryvnym spektrom // Trudy Mosk. mat. ob-va.— 19.— p. 213-270.
54. Trejl SR (1986) Prostranstvenno-kompaktnaja sistema sobstvennyh vektorov obrazuet bazis Rissa, esli ona ravnomerno-minimal'naja // Dokl. AN SSSR.— 288, № 2.— p. 308-312.
55. Faddeev LD (1967) Razlozhenie po sobstvennym funkcijam operatora Laplasa na fundamental'noj oblasti diskretnoj Gruppy na ploskosti Lobachevskogo // Trudy Mosk. mat. ob-va.— 17.— p. 323-350.
56. Beurling A (1949) On two problems, concerning linear transformation in Hilbert Space // Acta Math.— 8L, p. 239-255.
57. Carteson L (1952) Sets of uniqueness for functions regular in the unit circle // Acta Math.— 87, № 3-4
58. (1962) Interpolation by bounded analytic functions and the corona problem // Ann. Math.— 76,— p. 547-559.
59. Helson H (1964) Lectures on invariant subspaces— N.-Y.-London: Acad. Press, 115 p.
60. Hruscev SV (1977) Sets of uniqueness for Gevrey classes // Ark. mat.— 15, № 2.— p. 253-304.
61. (1984) Spectral singularities of dissipative Schrodinger operator with rapidly decreasing potential // Indiana Univ. Math. J.— 33, № 4.— p.613-638.
62. (1985) The Regge problem for strings, unconditionally convergent eigenfunction expansions and unconditional bases of exponentials in $L_2(-\infty, T)$ // J. Operator Theory.— 14.— p. 67-95.



Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHII (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 3.860	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

63. Nicolskii NK, Pavlov BS (1981) Unconditional bases of exponentials and reproducing kernels // Lect. Notes Math.— 864.— p. 214-335.
64. Lax PD, Phillips R (1967) Scattering theory.— Acad.: N.-Y., London 1967.— 276 p. (Per. na rus. jaz.: Lake P., Phillips R. Teorija rassejanija— M.: Mir, 1971.— 312 p.)
65. Regge T (1958) Analytic properties of the Scattering matrix // Nuovo Cimento.— 8, IN» 5.— p. 671-679 (Per. na rus. jaz.: Redzhe T. Analiticheskie svojstva matricy rassejanija // Matematika.— 1963.— 7, № 4.— p.83-89)
66. Sz-Nagy V, Foias S (1970) Analyse harmonique des operateurs de l'espace de Hilbert.— Budapest: Akademiai Kiado, — 387 p. (Per. na rus. jaz.: Sekefal'vi-Nad' B., Fojash Ch. Garmonicheskij analiz operatorov v gil'bertovom prostranstve.— M.; Mir, 1970.— 431 p.)
67. Smirnov VI (1932) Sur les formules de Cauchy et de Green et quelques problemes qui s'y rattachent // Izv. AN SSSR. Ser. mat.- 7, № 3. - p. 337-372.
68. Titchmarsh SS (1946) Eigenfunction expansions associated with second order differential equations— Oxford: Clarendon press, — 175 p. (Per. na russk. jaz.: Titchmarsh Je. Ch. Razlozhenija po sobstvennym funkcijam svjazannye s differencial'nymi uravnenijami vtorogo porjadka L— M.; IIL, 1960.— 278 p.)

