Impact Factor:

ISRA (India)	= **4.971**	**SIS** (USA)	= **0.912**	**ICV** (Poland)	= **6.630**
ISI (Dubai, UAE)	= **0.829**	**РИНЦ** (Russia)	= **0.126**	**PIF** (India)	= **1.940**
GIF (Australia)	= **0.564**	**ESJI** (KZ)	= **8.716**	**IBI** (India)	= **4.260**
JIF	= **1.500**	**SJIF** (Morocco)	= **5.667**	**OAJI** (USA)	= **0.350**

SOI: 1.1/TAS DOI: 10.15863/TAS

International Scientific Journal

Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) **e-ISSN:** 2409-0085 (online)

Year: 2019 **Issue:** 11 **Volume:** 79

Published: 30.11.2019 **http://T-Science.org**

QR – Issue **QR – Article**

S. U. Zhanatauov

Noncommercial joint-stock company "Kazakh national agrarian university"

Corresponding Member of International Academy of Theoretical and Applied Sciences (USA),

Professor, Candidate of physics and mathematical sciences,

Department «Information technologies and automatization», Kazakhstan

sapagtu@mail.ru

MATHEMATICAL MODEL «LOWER CLASSES DO NOT WANT, UPPER CIRCLES CANNOT»

Abstract: *A new problem is solved in the article: for a given diagonal matrix $\Lambda_{pp}=diag(\lambda_1,...,\lambda_p)$, $\lambda_1>...>\lambda_p>0$, $\lambda_1+...+\lambda_p=p$, it is required to find the values of the elements of 2 model submatrices Z_{mq}, Z_{mp} of the matrix $Z_{mn}=[Z_{mq}/Z_{mp},]$, consisting of m values of n z-variables, $m=q+p$, $q\geq p$,. The set of z-variables is divided into 2 groups: the z-variables $z_1,...,z_6$, are combined in the 1st group, $z_7,...,z_{12}$ - in the 2nd. The resulting 2 model submatrices Z_{mq}, Z_{mp} must be calculated after separate orthonormal transformations - model matrices A_{qp} and B_{pp},, 2 matrices U_{mp}, V_{mp} values of bi-orthogonal redundancy-canonical variables (u- and v-variables):$(1/m)U^TU=I_{pp}$,$(1/m)V^TV=I_{pp}$,$(1/m)U^TV=\Lambda_{pp}=diag(\lambda_1,...,\lambda_p)$, $\lambda_1>...>\lambda_p>0$. The model matrices A_{qp} and B_{pp} must have the algebraic properties of orthonormal matrices: $AA^T=I_{qq}$, $BB^T=I_{pp}$,$A^TA=I_{pp}$,$B^TB=I_{pp}$. The model submatrix Z_{mq} must be computed using the transformation using the A_{qp} matrix, and the model submatrix Z_{mp} must be calculated using the B_{pp} matrix. Orthonormal matrices Aqp, Bpp from PM AIKP [2-3] provide bi-orthogonality of the matrices U_{mp}, V_{mp}: $(1/m)U^TV=\Lambda_{pp}=diag(\lambda_1,...,\lambda_p)$. The model matrices of the Inverse Problem to be solved are calculated by modeling the historical principle "lower classes do not want, upper circles cannot". As a result of mathematical modeling of the subject area, 2 factors (crisis generators) with negative dynamics of their curves are identified (Figures 2 and 3): for the lower classes - "the number of peasants who rented or bought land" ("weight" is b41 = 0.3580), and for upper circles - "degree distribution (implementation) of the idea of liberalism (" weight "is a41 = -0.50000).*

Key words: *redundancy-canonical variable, serfdom.*

Language: *Russian*

Citation: Zhanatauov, S. U. (2019). Mathematical model «Lower classes do not want, upper circles cannot». *ISJ Theoretical & Applied Science, 11 (79),* 565-583.

Soi: http://s-o-i.org/1.1/TAS-11-79-117 ***Doi***: crossref https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2019.11.79.117

Scopus ASCC: *2604.*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ «НИЗЫ-НЕ ХОТЯТ, ВЕРХИ-НЕ МОГУТ»

Аннотация: *В статье решена новая задача: для заданной диагональной матрицы $\Lambda_{pp}=diag(\lambda_1,...,\lambda_p)$, $\lambda_1>...>\lambda_p>0$, $\lambda_1+...+\lambda_p=p$, требуется найти значения элементов 2-х модельных подматриц Z_{mq}, Z_{mp} матрицы $Z_{mn}=[Z_{mq}/Z_{mp},]$, состоящих из m значений n z-переменных, $m=q+p$,$q\geq p$,. Множество z-переменных разделенны на 2 группы: в 1-ую группу объединены z-переменные $z_1,...,z_6$, во 2-ую - $z_7,...,z_{12}$. Полученные 2 модельные подматрицы Z_{mq}, Z_{mp} должны быть вычислены после отдельных ортонормированных преобразоаний – модельных матриц A_{qp} и B_{pp}, 2-х матриц U_{mp},V_{mp} значений би-ортогональных избыточно-канонических переменных (u- и v- переменных): $(1/m)U^TU=I_{pp}$, $(1/m)V^TV=I_{pp}$, $(1/m)U^TV=\Lambda_{pp}=diag(\lambda_1,...,\lambda_p)$, $\lambda_1>...>\lambda_p>0$. Модельные матрицы A_{qp} и B_{pp} должны иметь алгебраические свойства ортонормированных матриц:$AA^T=I_{qq}$,$BB^T=I_{pp}$,$A^TA=I_{pp}$,$B^TB=I_{pp}$. Модельная подматрица Z_{mq} должна быть вычислена преобразованием с применением матрицы A_{qp}, а модельная подматрица Z_{mp} – с применением матрицы B_{pp}. Ортонормированные матрицы A_{qp}, B_{pp} из ПМ АИКП [2-3] обеспечивают биортогональность матриц U_{mp},*

V_{mp}: $(1/m)U^TV=\Lambda_{pp}=diag(\lambda_1,\ldots,\lambda_p)$. Модельные матрицы решаемой Обратной Задачи вычислены при моделировании исторического принципа «верхи – не могут, низы – не хотят». В результате математического моделирования предметной области выделены 2 фактора (генераторы кризиса) с негативными динамиками их кривых (Рисунки 2 и3): низы-«число крестьян, взявших в аренду или купивших участки земли » («вес» равен $\mathbf{b}_{41}$=0,3580), верхи - «степень распространения (внедрения) идеи либерализма (z12)» («вес» равен $\mathbf{a}_{41}$=-0,50000).

Ключевые слова: *избыточно-канонических переменные, крепостное право.*

Введение

«В.И.Ленин впервые осветил принцип «верхи не могут, низы не хотят» в своей работе «Маевка революционного пролетариата», которая вышла в 1913 году. Там содержалась мысль: Для революции недостаточно того, чтобы низы не хотели жить, как прежде. Для нее требуется еще, чтобы верхи не могли хозяйничать и управлять, как прежде. В работе «Крах II Интернационала», вышедшей в 1915 году,также встречается упоминание принци па. В работе 1920 года упоминание следующее: Лишь тогда, когда низы не хотят старого и когда верхи не могут по-старому, лишь тогда револю ция может победить.

В.И.Ленин условно назвал верхами господ ствующий класс (в более узком понимании - правительство), а низами - угнетенные классы (общество, население, простой народ)[1] Верхи не могут, низы не хотят. «Фраза может использоваться для обозначения некой нестабильности в госу дарстве и обществе, указывает на необходимость перемен, изменения общественной жизни. В ироническом смысле может применяться также, когда хотят указать на объективную невозможность инициировать какие-либо реформы в стране.

Современный российский философ и публицист Сергей Кара-Мурза в сентябре 2008 года дал интервью, озаглавленное «Верхи не хотят, низы не могут», в названии которого переиначен известный принцип применительно к современной обстановке в России[2].

Разработаем математическую модель «низы-не хотят, верхи-не могут». Верхи в нашем понимании - помещики, а низы - угнетенные крепостные крестьяне.

Существуют разные обоснования принципа «низы-не хотят,верхи-не могут», «студенты – не хотят, преподаватели-не могут», «экологи-не хотят, промышленность – не может». Рассмотрим систему «низы-не хотят, верхи-не могут». Как одну из всесторонне изученных проблем 19-го века. Низы – крепостные крестьяне, их жизни в царской Росси свои показатели, Верхи – помещики, их положение характеризуется другим множеством измерямых прказателей. Индивиды из низов сильно зависят от своих хозяев - индивидов из верхов. Рассмотрим многомерные информационные потоки, характеризующие низы и верхи. Известно: экономическое положение и морально-психологическое самочувствие низов ухудшалось, что привело сознание крепостных через много лет к состоянию «не хочу так жить». Благополучие не сильно улучшалось и восприятие своего «ненормального» положения в обществе у нндивидов из верхов достигло критического состояния «не могу». Число анти-событий увеличивалось и в 1861 году царь издал указ, отменяющий крепостное право для помещиков и крепостных крестьян.

Одним из наиболее изученных исторических периодов является период (1814г.-1861г.) длиной 50 лет. Существует мнение, что начало развития принципа было заложено в 1814 году русскими офицерами, временно оккупировавшие Париж. Предохранить собственных солдат от заражения революционных духом свободы, который, несомненно, был свойственен жителям французской столицы и чрезвычайно опасен» офицерам не удалось. «Наверняка пребывание во Франции не прошло незаметно для солдат и офицеров корпуса Воронцова, но говорить, что именно это стало причиной проникновения либеральных настроений в офицерскую среду, вряд ли будет точным. Скорее всего, сказались наполеоновские войны в целом, близкий контакт с французами, уже глубоко проникнувшие идеи Просвещения, а также повысившаяся самооценка каждого офицера, внесшего свой вклад в победу в великой войне. Разве не стыдно было мириться с тираническим правлением у себя дома после того, как они избавили от тирании чужеземную державу?»[3].

Рассматриваемые нами годы были разбиты на 21 промежутков времени. В течение каждого из промежутков времени динамики значений рассматриваемых ниже показателей изменялись приближенно линейно, без скачков внутри каждого из 21 интервалов. Длины интервалов времени разные, одни - 3 месяца (1 квартал), другие - несколько месяцев. Внутри интервала времени 17 показателей имеют линейные тренды:

---

[1] www.cyclowiki.org/wiki/

[2] www.politjournal.ru/index.php?action=Articles&dirid=156&tek =8238&issue=221

[3] www.gazeta.ru/science/2014/05/11_a_6019205 .shtml

одни аппроксимируются хорошо, другие умеренно.

Ниже будут выделены 3 показателя , способтвовавших своими «ухудшающими» динамиками значений за 21 интервалов времени в 1814 -1861 годах, к ситуации когда царь Александр II, как утверждают историки, вынужден был издать юридический документ, отменяющий крепостное право в России.

В результате нашего математического моделирования выделены 3 фактора с наибольшими «весами». Их имена-смыслы:

- процент дворовых крестьян, полностью лишенных пашни (экономический показатель);

- число крестьян, взявших в аренду или купивших участки земли (экономический показатель);

- степень распространения (внедрения) идеи либерализма (политический показателяь).

В составе модельно выделенных факторов ухудшения состояний крепостных крестьян и кардинального изменения сознания помещиков (к 1861г.) в нашей модели цифровизации их показателей выделены и другие факторы с заметными «весами». Их имена –смыслы приведены ниже, соответствуют именам-смыслам z-переменных $z_1,z_2,z_3,z_5,z_7,z_8,z_{10},z_{11}$. Показатель 6. «коэффициент бедности и низкой покупательной способности крепостных» (экономический показатель), первоначально включенный в нашу модель оказался в результате нашего моделирования с меньшим «весом» -0.1624 среди 12 выделенных факторов ухудшения состояний крепостных крестьян и помещиков.

Исходные данные

Перечень 17 существенных показателей был выявлен из критического анализа советских, зарубежных научных (исторических, политических, экономических) исследований, посвященных периоду существования крепостного права в России[1]. Изучение проводилось и прерывалось несколько раз. Полных данных и требуего набора показателей (исторических, политических, экономических, моральных, индивидуальных помещичьих, крепостных крестьян) не найдено. В итоге нами сформированы 2 множества из 11 показателей реакций, поведения крепостных крестьян, 6 показателей политических, экономических, моральных показателей помещиков.

11 имен –смыслов показателей из 1-го множества показателей:

1.1 Производительность труда;

1.2 Незаинтересованность крепостного работника в результатах производства;

1.3 уровень благополучия крестьян;

1.4 Число крестьян, взявших в аренду или купивших участки земли;

1.5 чрезмерное увеличение работы на барщине;

1.6 Процент дворовых крестьян (полностью лишенных пашни);

1.7 доля от суммы заработка крепостного крестьянина-отходника, которой он обязан был отдавать помещику;

1.8 Коэффициент бедности и низкой покупательной способности крепостных;

1.9 число покушений недовольных крестьян на жизнь помещиков;

1.10 Число крестьянских волнений;

1.11 Число крестьян, переместившихся в города.

Шесть имен –смыслов показателей из 2-го множества:

2.1 Число крепостных, необходимых для использования в качестве свободной и квалифицированной рабочей силы;

2.2 помещичья задолженность государству;

2.3 уровень благополучияпомещиков;

2.4. Уровень эффективности государственной системы управления;

2.5. Уровень активности общественно-поли тической жизни;

2.6. Степень распространения (внедрения) идеи либерализма.

В одном рассматриваемом промежутке времени мы рассматривали парные коэффициенты корреляции $corr(z_i,z_j)=r_{ij}$ между i–ой переменной и j–ой переменной. Мы поставили в соответствие i–ому показателю i–ую стандартизованную z-переменную с номером i, а j–ому показателю - z-переменную с номером j . Этим мы предполагаем существование m случайных значений у двух z-переменных $z_{ki},z_{kj},k=1,\dots,m$, образующих заданное значение выборочного коэффициента корреляции r_{ij} : $z_{ki}= r_{ij}z_{kj},k=1,\dots,m$, где значение $corr(z_i,z_j)=r_{ij}$ должно быть извесным. Возможность корректного нахождения значения r_{ij} следует из линейности трендов 2-х z-переменных с номерами i и j.

Значение r_{ij} определим эмпирически как косинус угла между прямыми линиями линейных трендов 2-х z-переменных с номерами i и j. Сформированы значения r_{ij} верхней внедиагональной части квадратной симметрической корреляционной матрицы $R_{17,17}$. Сперва эмпирически и приблизительно определялись значения $r_{12},r_{13},\dots,r_{17}$. между z-переменной номер 1 и z-переменными с номерами 2,3,…,17. Использовались прежние смыслы 11 показателей реакций, поведения крепостных крестьян, прежние смыслы 6 показателей политических, экономических, моральных показателей помещиков, найденные неполные данные по этим 17 показателям. Затем приблизительно определялись значения $r_{23},\dots,r_{27}$. между z-переменной номер 2 и z-переменными с номерами 3,4,…,17. При этом вновь найденное значение, например, r_{28} сравнивалось по знаку и по абсолютной величине с некоторыми прежними значениями (из выше расположенной строки матрицы $R_{17,17}$) и вводилась поправка в значение r_{28}. По такой методике формировались все строки верхней внедиагональной части квадратной симметрической корреляционной матрицы $R_{17,17}$. Так как матрицы $R_{17,17}$ является симметрической, то ее нижняя внедиагональная часть полагалась равной верхней внедиагональной части.

Многократно проверенная матрица $R_{17,17}$ подвергалась вводу во входной файл программы вычисления ее спектра $\Lambda_{17,17} = \mathrm{diag}(\lambda_1,\ldots,\lambda_{17})$ и матрицы $C_{17,17}$ собственных векторов. Элементы $\lambda_1,\ldots,\lambda_{11}$ положительны, а элементы – $\lambda_{12},\ldots,\lambda_{17}$ имели отрицательные значения. Для реальных данных – матрицы $Z_{21,17}$, если бы она существовала, такое свойство спектра $\Lambda_{17,17} = \mathrm{diag}(\lambda_1,\ldots,\lambda_{17})$ корреляционной матрицы $R_{17,17}$ не приемлемо. Дополнительные проверки значений элементов матрицы $R_{17,17}$ и вычисление для нее пар матриц $(\Lambda_{17,17}, C_{17,17})$ не привели к наличию положительных значений у элементов $\lambda_{12},\ldots,\lambda_{17}$.

Вывод: Обоснованное назначение значений парных коэффициентов корреляций только между z-переменными r_{ij} (без использования числовых значений z-переменных $z_1,\ldots,z_{17}$) может позволить иметь отрицательные значения элементам спектра $\Lambda_{17,17}=\mathrm{diag}(\lambda_1,\ldots,\lambda_{17})$ полной корреляционной матрицы $R_{17,17}$.

Таблица 1. Эмпирическая корреляционная матрица $R_{17,17}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	1,0000	-0,3906	0,7078	-0,2877	0,9119	0,6127	0,9077	0,9036	-0,5895	-0,7900	-0,7896	0,4108	-0,2904	0,5062	0,2130	0,2104	-0,2906
2	-0,3906	1,0000	0,8107	0,8106	0,9125	0,7127	0,5021	-0,5880	0,6139	0,8140	0,7128	0,5100	0,7099	-0,1904	0,3087	0,7091	0,7082
3	0,7078	0,8107	1,0000	-0,4930	-0,4937	-0,4886	0,9076	-0,8948	-0,7875	-0,7879	-0,6867	0,8162	-0,6887	-0,8863	0,3096	-0,2881	0,9153
4	-0,2877	0,8106	-0,4930	1,0000	0,0070	-0,9859	0,0079	-0,4954	0,0092	0,0027	0,0084	0,0081	0,7064	-0,6919	-0,4914	-0,3920	0,8088
5	0,9119	0,9125	-0,4937	0,0070	1,0000	0,9994	0,9102	0,9641	0,9604	0,9585	0,9592	0,7126	0,3094	0,5078	-0,3923	0,9028	0,8120
6	0,6127	0,7127	0,5114	-0,9859	0,9994	1,0000	1,0010	0,9966	0,8093	1,0051	0,0072	-0,6938	-0,7874	0,9143	0,8080	-0,7922	-0,7901
7	0,9077	0,5021	0,9076	0,0079	0,9102	1,0010	1,0000	1,0004	0,7040	0,9032	0,0136	0,6088	0,3018	-0,1876	0,8047	0,8071	0,8067
8	0,9036	-0,5880	-0,8948	-0,4954	0,9641	0,9966	1,0004	1,0000	1,0049	1,0075	0,0118	0,8035	0,8129	0,8164	-0,4935	-0,7880	0,8152
9	-0,5895	0,6139	-0,7875	0,0092	0,9604	0,8093	0,7040	1,0049	1,0000	1,0019	0,0125	0,7077	0,9110	-0,7916	-0,8978	0,9187	0,9045
10	-0,7900	0,8140	-0,7879	0,0027	0,9585	1,0051	0,9032	1,0075	1,0019	1,0000	0,0098	0,7102	0,9172	-0,8955	-0,8913	0,9603	0,9625
11	-0,7896	0,7128	-0,6867	0,0084	0,9592	0,0072	0,0136	0,0118	0,0125	0,0098	1,0000	0,8013	0,9133	-0,7867	-0,6885	0,9136	0,9594
12	-0,3892	0,5100	0,8162	0,7081	0,7126	-0,6938	0,6088	0,8035	0,7077	0,7102	0,8013	1,0000	0,8140	-0,6850	-0,6892	0,8137	0,6098

13	-0,2904	0,7099	-0,6887	-0,6936	0,3094	-0,7874	0,3018	0,8129	0,9110	0,9172	0,9133	0,8140	1,0000	0,7047	-0,3860	0,7125	0,7100
14	0,5062	-0,1904	-0,8863	-0,4919	0,5078	0,9143	-0,1876	0,8164	-0,7916	-0,8955	-0,7867	-0,6850	-0,6953	1,0000	-0,5914	-0,6903	-0,6928
15	0,2130	0,3087	0,3096	-0,3914	-0,3923	0,8080	0,8047	-0,4935	-0,8978	-0,8913	-0,6885	-0,6892	-0,3860	-0,5914	1,0000	-0,7934	-0,8883
16	0,2104	0,7091	-0,2881	0,8080	0,9028	-0,7922	0,8071	-0,7880	0,9187	0,9603	0,9136	0,8137	0,7125	-0,6903	-0,7934	1,0000	0,9793
17	-0,2906	0,7082	0,9153	0,9088	0,8120	-0,7901	0,8067	0,8152	0,9045	0,9625	0,9594	0,6098	0,7100	-0,6928	-0,8883	0,9793	1,0000

Положительность элементов $\lambda_1,\ldots,\lambda_{11}$ означает наличие 11 y-переменных, имеющих положительные дисперсии $\lambda_1,\ldots,\lambda_{11}$. 11 y-переменные могут быть смысловыми переменными, если для них существовала бы матрица значений z-переменных. Но мы не имеем матрицу $Z_{21,17}$ z-переменных. Наша задача: моделировать матрицу $Z_{21,17}$ z-переменных, имея эмпирическую оценку $R_{17,17}$. Но мы сможем это сделать по нижеперечисленной причине. Выход из этой ситуации будет предложен далее, путем переноса индикаторов присутствия знаний в другую систему валидных показателей.

Были сформированы 4 матрицы $R^{(1)}_{17,17}$, $R^{(2)}_{17,17}$,$R^{(3)}_{17,17}$,$R^{(4)}_{17,17}$, содержащие более точно определенные элементы, в отношении к которым были сомнения из-за недостатка обосновывающей информации из информационных источников. Найденные значения содержали 1 или 2 цифры после запятой, например: 0.85, -0.6. Такая «точность» недостаточна для чисел, меньших по абсолютной величине. Вычислена корреляционная матрица (Таблица 1) $R_{17,17}=(1/4)[R^{(1)}_{17,17} +R^{(2)}_{17,17} +R^{(3)}_{17,17} +R^{(4)}_{17,17}]$. Усредненные значения r_{ij} по нашему мнению более соответствуют паре модельных многоразрядных чисел z_{ki},z_{kj}, $k=1,\ldots,m$, удовлетворяющих равенству $corr(z_i,z_j)=r_{ij}$. Усредненная эмпирическая корреляционная матрица $R_{17,17}$ имеет спектр $\Lambda_{17,17}$ = $diag(\lambda_1,\ldots,\lambda_{17})$= diag(8.7955,5.5960,3.9982,2.4185, 2.0753,1.5386,1.1857,0.6826,0.3794,0.3025, 0.0117, -0.3477, -0.8253, -1.4903, -1.8900,-2.3413,-3.0893) и мтрицу $C_{17,17}$ собственных векторов (Таблица 2). Равенство $R_{17,17}=(1/4)[R^{(1)}_{17,17} +R^{(2)}_{17,17} +R^{(3)}_{17,17} +R^{(4)}_{17,17}]$ для 4-х эмпирических матриц $R^{(1)}_{17,17}$, $R^{(2)}_{17,17}$, $R^{(3)}_{17,17}$, $R^{(4)}_{17,17}$ доказано в Теореме о – выборках [7]. Оно является вторым из 3 свойств Λ-выборки ОМ ГК $Z^{(\ell)}_{mn}$, $\ell=1,2,3,4$, имеющих выборочные корреляционные матрицы $R^{(1)}_{17,17}$, $R^{(2)}_{17,17}$,$R^{(3)}_{17,17}$,$R^{(4)}_{17,17}$. Это 2-ое свойство в оригинале [7] сформулировано так: при номере t-фиксированном, номере $\ell=1,\ldots,k_\ell$,$N=k_t\times m$, если выборки объема m $Y_{mn}\in N_s(0,\Lambda), Z^{(\ell)}_{mn}\in N_s\left(0,R^{(\ell)}\right)$, то объединенные выборки объема $N=k_t\times m$ имеют свойства:

$$Y_{Nn}=[Y^T_{mn}\vdots\cdots\vdots Y^T_{mn}]^T\in N_s(0,\Lambda),$$

$$Z_{Nn}=\left[Z^{(1)T}_{mn}\vdots\cdots\vdots Z^{(\ell)T}_{mn}\right]^T\in N_s(0,\overline{R}),$$

где $\overline{R}_{nn}=\{\bar{r}_{ij}\}\in\Re_\Lambda,\bar{r}_{ij}=\left(1/\kappa_\ell\right)\cdot\sum_{i=1}^{\kappa_\ell}r^{(\ell)}_{ij}$, $R^{(\ell)}=\{r^{(\ell)}_{ij}\}\in R_\Lambda$ Здесь $m=21,n=17$, $k_\ell=4,N=21*4=84$. Объединенная Λ-выборка $Z_{84,6}$ соответствует наличию 84 интервалов времени. Для каждой из 4-х матриц $R^{(1)}_{17,17}$,$R^{(2)}_{17,17}$, $R^{(3)}_{17,17}$,$R^{(4)}_{17,17}$ моделируется своя Λ-выборка $Z^{(1)}_{21,6}$, $Z^{(2)}_{21,6}$, $Z^{(3)}_{21,6}$, $Z^{(4)}_{21,}$ мтрицу $C_{17,17}$ собственных векторов (Таблица 2)$._6$, имеющая свою эмпирическую матрицу $R^{(1)}_{17,17}$, $R^{(2)}_{17,17}$, $R^{(3)}_{17,17}$,$R^{(4)}_{17,17}$. Мы будем пользоваться эмпиричес кой матрицей вида $R_{17,17}=(1/4)[R^{(1)}_{17,17}+R^{(2)}_{17,17} +R^{(3)}_{17,17}+R^{(4)}_{17,17}]$, значения ее элементов приведены в Таблице 1. Ее мтрицу $C_{17,17}$ собственных векторов (Таблица 2) и ее спектр содержат больше информации [2-6], чем она сама.

Как видим спектр имеет отрицательные собственные числа. Им нельзя сопоставить собственные векторы с интерпретируемыми компонентами. Недостатки использования матрицы парных коэффициенты корреляции изложены в статьях [2,17]. Вместо матрицы $R_{17,17}$= рекомендовано [2-5] использовать пару матриц(C_{nn},Λ_{nn}). Пары матриц (C_{nn},Λ_{nn}) согласованы между собой посредством третьей матрицы R_{nn} через равенство $R_{nn}C_{nn}=C_{nn}\Lambda_{nn}$ [6-9]. Наша пара ($\Lambda_{17,17}$, $C_{17,17}$) непригодна. Будем использовать другую собственную структуру, где не должно быть отрицательных собственных чисел. Ниже будет использовано соотношение $(\Psi_{12}\Psi_{21}-\Lambda^2)A_{qp}=0_{pp}$, решение которого является только положительные собственные числа [1]. Новая собственная структура включает 2 матрицы собственных векторов A_{qp}, B_{pp}, одну матрицу Λ_{pp}

собственных чисел. Число собственных векторов в каждой из них равно числу z-переменных q и p, q≥p=6. переходим от одного множества z-переменных к двум множествам z-переменных [1].

Будем использовать матрицу $C_{17,17}$, а не матрице $R_{17,17}$. Предпочтительность матрицы собственных векторов C_{nn} доказана в статьях [2-9]. Выделим 2 доминирующие собственные числа: λ_1=8.7955, λ_2=5.5960.Выделим в матрице $C_{17,17}$ 2 собственные векторы, соответствующие 2 доминирующим собственным числам λ_1=8.7955, λ_2=5.5960. Выделенные 2 собственные векторы имеют вид:

$\mathbf{c}_1$=(0.06723,0.12273,0.04616,-0.12091,-0.29622, -0.00366,-0.20499,-0.19443,-0.32556,-0.39992, -0.26265,-0.35804,-0.29797,0.18108, 0.19243, -0,22775, 0,35000)^T,

$\mathbf{c}_2$=(-0,42238, -0,00628, -0,00056, 0,30777, -0,30348, -0,50000, -0,47057, -0,16240, -0,11876, -0,12895, 0,16573, 0,11171, 0,06301, -0,07268, -0,12349, 0,17749, 0,10122)^T

Таблица 2. Матрица $C_{17,17}$ собственных векторов

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0,0672	**-0,4224**	-0,1889	**0,4977**	-0,0624	0,1773	-0,1392	0,1370	-0,0420	-0,0697	-0,0743	0,4453	0,2794	0,0758	0,0857	-0,3915	0,0731	1,0000
2	0,1227	-0,0063	**0,5952**	0,1294	**-0,1630**	-0,0432	-0,1226	0,0300	-0,1751	-0,5042	-0,0721	0,1388	0,1480	0,0309	0,4674	0,0382	-0,1322	1,0000
3	0,0462	-0,0006	**-0,3096**	0,0942	-0,2356	-0,0044	0,4477	0,5598	-0,0498	-0,0033	-0,0177	0,0056	-0,0109	-0,0038	-0,1871	0,2888	0,4499	1,0000
4	-0,1209	**0,3078**	-0,1136	0,3242	**0,2567**	-0,5657	-0,0966	-0,2850	0,0282	-0,0547	-0,0541	0,1500	0,2716	-0,1178	-0,3724	0,1114	0,1680	1,0000
5	-0,2962	**-0,3035**	0,0094	0,1811	**0,3103**	0,2353	-0,0186	-0,0158	-0,0300	0,1367	-0,0772	0,2530	-0,6249	-0,3099	-0,1091	0,2168	0,0066	1,0000
6	-0,0037	**-0,5000**	-0,1133	**-0,3321**	0,2270	-0,0591	0,1935	0,0927	0,0198	0,2118	-0,0204	0,0410	0,2910	0,1995	-0,4748	0,0013	-0,3586	1,0000
7	-0,2050	**-0,4706**	**0,0000**	0,0526	-0,1177	-0,0468	-0,2614	-0,1530	0,0885	0,0413	0,1577	-0,5368	0,1569	-0,4965	0,1371	-0,0273	-0,1132	1,0000
8	-0,1944	**-0,1624**	0,2940	0,1952	**-0,4909**	-0,0858	0,1247	-0,2918	0,1031	-0,0409	-0,0143	0,0825	0,1453	0,2900	0,2582	0,5149	0,0771	1,0000
9	**-0,3256**	-0,1188	0,1442	-0,1957	-0,0325	-0,2874	-0,1033	0,1985	-0,0857	0,0684	-0,7240	-0,1251	0,0161	-0,0109	0,0499	-0,1908	0,3098	1,0000
10	**-0,3999**	-0,1290	0,1035	-0,2862	0,0042	-0,2482	-0,0481	0,1406	0,0159	0,0220	0,6274	0,2400	-0,0497	0,0180	0,0412	-0,2326	0,3694	1,0000

11	**-0,2626**	0,1657	0,0886	-0,0924	0,1594	0,5667	0,2259	-0,1804	0,2748	0,3834	0,0000	-0,0670	0,3306	0,0003	0,0576	-0,1239	0,3196	1,0000
12	**-0,3580**	0,1117	-0,1135	0,1879	-0,2503	0,0089	0,2869	-0,1260	-0,6377	0,2613	0,0523	-0,0575	-0,1110	0,1761	-0,0289	-0,2945	-0,1956	1,0000
13	**-0,2980**	0,0630	0,1901	-0,2161	**-0,3697**	0,2877	-0,1724	-0,0261	-0,1385	-0,5258	-0,0025	0,0540	0,1109	-0,1438	-0,4896	0,0583	0,0003	1,0000
14	0,1811	-0,0727	0,2918	0,2576	**0,4048**	0,0653	0,2691	0,0014	-0,1463	-0,3479	0,1129	-0,4854	-0,0714	0,1259	-0,1250	-0,2086	0,3148	1,0000
15	0,1924	-0,1235	**-0,4494**	**-0,2891**	-0,0189	0,1075	-0,5036	-0,2403	0,0747	-0,0441	-0,0658	-0,0486	-0,3244	0,3792	-0,0575	-0,1183	0,2416	1,0000
16	-0,2278	0,1775	-0,0910	0,1569	0,2046	0,0820	-0,2883	0,5492	-0,1247	0,0785	0,1197	-0,2702	0,0360	0,4902	-0,0303	0,3116	-0,0430	1,0000
17	**0,3500**	0,1012	-0,1351	0,2287	-0,1165	-0,0868	0,2211	0,0247	0,6269	-0,2124	-0,0513	-0,0663	-0,2389	0,2470	-0,0993	-0,2933	-0,2588	1,0000
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	

Модели и задачи

Мы будем использовать соотношения из ПМ АИКП [1,10-11]. Они – соотношения [1], получены после двух последовательных преобразований 2-х подматриц $[Z_{mq}, Z_{mp}$ матрицы $Z_{mn}=[Z_{mq}|Z_{mp},]$ значений n z-переменных, разделенных на 2 группые: в 1-ой группу объединены z-переменные $z_1,\ldots,z_6$, во 2-ую - z-переменные $z_7,\ldots,z_{12}$. Полученные 2 матрицы значений избыточно-канонических переменных (bi-orthogonal canonical-redundancy variables) U_{mp}, V_{mp} биортогональны [1]:$(1/m)U^TU=I_{pp}$,$(1/m)V^TV=I_{pp}$,$(1/m)U^TV=\Lambda_{pp}=diag(\lambda_1,\ldots,\lambda_p)$, $\lambda_1>\ldots>\lambda_p>0$. Все 3 матрицы диагональные. Матрица A_{qp},(или B_{pp}) состоит из произведения 2-х матриц преобразований: 1-ая вычисляется в ПМ АИП [1], 2-ая – в модели канонических переменных [12,13]. Подматрица Z_{mq} преобразется с применением ортогональной матрицы A_{qp}, а подматрица Z_{mp} – матрицы B_{pp} [1]. Ортогональные матрицы A_{qp}, B_{pp} в ПМ АИКП [1] обеспечивают биортогональность матрицам U_{mp},V_{mp} значений: $(1/m)U^TV=\Lambda_{pp}=$ $diag(\lambda_1,\ldots,\lambda_p)$, $\lambda_1>\ldots>\lambda_p>0$. Две матрицы U^*_{mp}, V^*_{mp} в КП-модели [10,11] не биортогональны: $(1/m)U^{*T}V^*=\Psi_{12}\neq\Psi_{21}$,где $(1/m)V^{*T}U^*=$ $B^{*T}R_{21}A^*$ $=\Psi_{21}$. В ПМ АИКП [1] две матрицы U_{mp}, V_{mp} значений избыточно-канонических переменных биортогональны: $(1/m)U^TV=\Lambda_{pp}$. Подробно метод избыточных переменных (МИП, redundancy values analysis, RVA [10]) изложен в работах [1,10-13]. Соотношения из прямой задачи, решенной в [1], образкют Прямую модель RVA (прямую RVA-модель) схематично обозначим так: $Z_{mn}=[Z_{mq}|Z_{mp}]$ $=>(\Lambda^*_{pp},\ A^*_{qp},\ B^*_{pp},U^*_{mp},V^*_{mp})$, $m=q+p,q\geq p$. Она исследована в терминах RV-коэффициентов []14] в статье [1]. Во всех 3-х рассматриваемых многомерных моделях с двумя множествами z-переменных входными объектами являются 2 подматрицы $Z_{mq}|Z_{mp}$, объединенные в одну матрицу $Z_{mn}=[Z_{mq}|Z_{mp},]$. Эти подматрицы Z_{mq},Z_{mp} будут моделироваться нами ниже при решении Обратной Задачи. При решении Обратной Задачи мы не будем применять преобразования, присущие методу избыточных переменных [10], методу канонических корреляций [12]. В Обратной Задаче моделируются 2 множества избыточноканонических (redundancy canonical variables [1] переменных, исходя из значений параметров из другой модели – Обратной Модели Главных Компонент [15,16]. Решаемые задачи и применяемые в ОМ ГК модели изложены в статьях [2-9]. Формулы ПМ АМКП приведены в статье [1]. В статье [1] доказаны теоремы об индексах измерения сил связей между двумя множествами z-переменных, избыточных переменных, канонических переменных, избыточно-канонических переменных. Теоретическое обоснование существования индикаторов присутствия знаний в матрицах собственных векторов A_{qp}, B_{pp} в Прямой модели избыточно- канонических переменных доказано в Теоремах 1 и 2 [1].

Математическая постановка задачи

Задача. Для заданной диагональной матрицы $\Lambda_{pp}=diag(\lambda_1,\dots,\lambda_p)$, $\lambda_1>\dots>\lambda_p>0$, $\lambda_1+\dots+\lambda_p=p$, требуется найти значения элементов 2-х модельных подматриц Z_{mq}, Z_{mp} матрицы $Z_{mn}=[Z_{mq}|Z_{mp}]$, состоящих из m значений n z-переменных, $m=q+p, q\geq p$. Множество z-переменных разделенны на 2 группы: в 1-ую группу объединены z-переменные $z_1,\dots,z_6$, во 2-ую - $z_7,\dots,z_{12}$. Полученные 2 модельные подматрицы Z_{mq}, Z_{mp} должны быть вычислены после отдельных ортонормированных преобразоаний – модельных матриц A_{qp} и B_{pp}, 2-х матриц U_{mp},V_{mp} значений би-ортогональных избыточно-каноничес ких переменных (biorthogonal canonical-redundancy u- and v-variables): $(1/m)U^TU=I_{pp}$, $(1/m)V^TV=I_{pp}$, $(1/m)U^TV=\Lambda_{pp}=diag(\lambda_1,\dots,\lambda_p)$, $\lambda_1>\dots>\lambda_p>0$. Модельные матрицы A_{qp} и B_{pp} должны иметь алгебраические свойства ортонормированных матриц:$AA^T=I_{qq}$, $BB^T=I_{pp}$, $A^TA=I_{pp}$,$B^TB=I_{pp}$. Модельная подматрица Z_{mq} должна быть вычислена преобразованием с применением матрицы A_{qp}, а модельная подматрица Z_{mp} – с применением матрицы B_{pp}. Ортонормированные матрицы A_{qp}, B_{pp} из ПМ АИКП [1] обеспечивают биортогональность матриц U_{mp}, V_{mp} : $(1/m)U^TV=\Lambda_{pp}=diag(\lambda_1,\dots,\lambda_p)$.

Используемые соотношения из Прямой Модели Анализа Избыточно-Канонических Переменных (ПМ АИКП) приведены в работе [1]. Метод избыточных переменных (МИП, redundancy values analysis, RVA [10]) исследован в [1] в терминах RV-коэффициентов (индексов избыточностей для пар переменных из разных множетв) из статьи [14]. Решение нашей задачи -2 подматрицы $Z_{mq}|Z_{mp}$ будут моделироваться нами ниже при решении Обратной Задачи АИКП.

Ниже будут изложены алгоритмы реализации ОМ АИКП Λ_{pp} =>(A_{qp}, B_{pp},U_{mp},V_{mp},Z_{mn}= $[Z_{mq}|Z_{mp}]$). Им соответствуют схематически изображаемые задачи: (Λ_{pp},C_{pp})=>(Λ^+_{pp},B^+_{pp}),Λ^+_{pp}=>A_{qp},Λ^+_{pp}=>(U_{mp},V_{mp}), (U_{mp},A_{qp},)=>Z_1, (V_{mp},B_{pp}) =>Z_2, $Z^+_{mn}=[Z^+_{mq}|Z^+_{mp}]$.

Назначенные системы валидных u-,v-переменных и коррелированных z-переменных

Первое собственное число из спектра $\Lambda_{17,17}$= diag($\lambda_1,\dots,\lambda_{17}$) λ_1=8.7955 содержит 51,74% 32,92% информации (изменчивости от суммы всех валидных y-переменных), 2-ое собственное число λ_2=5.5960 содержит 5.5960/17 =32,92% информации (изменчивости от суммы всех валидных y-переменных). Объем суммарной информации равен 84,66%=51,74%+32,92% и достаточен для образования структуры из 2-х собственные векторов, соответствующих своим собственным числам с весами, равными 51,74% и 32,92%.

Вектор $\mathbf{c_1}$=(-0.32556,-0.39992,-0.26265,-0.35804, -0.29797,0.35000)^T для новой структуры формируем так, чтобы его компоненты служили «весами» при $q\geq p$ коррелированных z-переменных $z_1,\dots,z_q$, q=6. «Веса» -0.35804,-0.29797,0.35000 не являются «весами» при z-переменных $z_1,\dots,z_{11}$ (характеризующих низы, а являются «весами» при z-переменных, соответствующих показателям, характеризующих верхи. Из 6 z-переменных $z_1,\dots,z_6$ 3 соответствует показателям низов, 3 – верхов.

Определим число $p\leq q=6$ коррелированных z-переменных $z_7,\dots,z_n$ n=12, q+1=7, $p\leq q=6$. Число p не не должно превышать 6, $p\leq q=6$ и должно быть равно числу заметных по величине компонентов из 2-го собственного вектора $\mathbf{c_2}$. Кроме этих формальных ограничений компоненты вектора $\mathbf{c_2}$=(-0.42238,0,3077,-0,30348,-0,50000,-0,47057, -0,16240) содержит 6 компонент. Переменная, соответствующая показателю «коэффициент бедности и низкой покупательной способности крепостных» (-0,16240) был включен нами дополнительно как важнейший фактор ухудшения жизни низов. Это множество из $p\leq q=6$ коррелированных z-переменных $z_7,\dots,z_{12}$ таково, что 3 z-переменных из них соответствуют показателям верхов: «число крепостных, необходимых для использования в качестве свободной и квалифицированной рабочей силы», «помещичья задолженность государству», «степень распространения (внедрения) идеи либерализма полит». Остальные 3 коррелированных z-переменные из их множества соответствуют показателям низов. В итоге в 2-х множествах z-переменных 9 из них соответствуют показателям низов, 3 - показателям верхов. Компоненты первых 2-х собственных векторов являются индикаторами присутствия знаний [2-9] и формально разделили 12 коррелированных z-переменных на 2 подмножества по 6 z-переменных и в описанном выше составе: q+p=6+6=12.

Введем в нашу модель 1-ое множество z-переменных $z_1,\dots,z_6$ (q=6), образующих 6 новых линейных комбинаций некоррелированных u-переменных $u_1,\dots,u_6$, каждая их которых равна линейной комбинации из 6 коррелированных z-переменных $z_1,\dots,z_6$. Они соответствуют 6 именам-смыслам:

1. Производительность труда (z_1);
2. Число крестьян, взявших в аренду или купивших участки земли (z_2);
3. Чрезмерное увеличение работы на барщине (z_3);
4. Процент дворовых крестьян, полностью лишенных пашни (z_4);
5. Доля от суммы заработка крепостного крестьянина-отходника, которую он обязан был отдавать помещику (z_5);
6. Коэффициент бедности и низкой покупательной способности крепостных (z_6).

Порядок этих имен соответствует порядку компонент вектора $\mathbf{c_1}$=(-0.32556, -0.39992,-0.26265,-0.35804,-0.29797,0.35000)^T . Значение c_{11}=corr(u_1,z_1)= -0.32556 равно значению коэффициента корреляции между u- переменной u_1 ($u_{i1}=z_{i1}a_{11}+z_{i2}a_{21}+\dots+z_{i6}a_{61}$) и z-переменных z_1. Аналогично интерпретируются другие сомпоненты $c_{21},c_{31},c_{41},c_{51},c_{61}$ собственного вектора $\mathbf{c_1}$=(-0.32556, -0.39992,-0.26265,-0.35804,-0.29797,0.35000)^T – 1-го столбца формируемой новой матрицы собственных векторов A_{66} . Остальные значения элементов матрицы собственных векторов A_{66} моделируются.

Второе множество вводимых в нашу модель 6 коррелированных z-переменных $z_7,\dots,z_{12}$ (p=6), образуют 6 новых некоррелированных линейных комбинаций v-переменных $v_1,\dots,v_6$, каждая их которых равна линейной комбинации из 6 коррелированных z-переменных $z_7,\dots,z_{12}$. Состав имен –смыслов показателей, соответствующих z-переменным $z_7,\dots,z_{12}$ следующий:

7. Число крепостных, необходимых для использования в качестве свободной и квалифицированной рабочей силы (z_7) экон
8. Помещичья задолженность государству (z_8);
9. Уровень благополучияпомещиков (z_9);
10. Уровень эффективности государственной системы управления (z_{10});
11 . Уровень актививности общественно-политической жизни (z_{11});
12. Степень распространения (внедрения) идеи либерализма (z_{12}).

Порядок этих имен соответствуют порядку компонент вектора $\mathbf{c_2}$=(-0.42238,0.3077,-0.30348, -0.50000,-0.47057,-0.16240). Значение b_{11}=corr(v_1,z_1) = -0.42238 равно значению коэффициента корреляции между v-переменной v_1 и z-переменной z_7. Здесь z-переменная z_7 из списка меняет номер 7 на номер 1 (b_{11}=corr(v_1,z_1), ибо она входит в линейную комбинацию v-переменной v_1 ($v_{i1}=z_{i7}b_{11}+z_{i8}\ b_{21}+\dots+z_{i12}b_{61}$) Аналогично интерпретируются другие компоненты $b_{21},b_{31},b_{41},b_{51},b_{61}$ собственного вектора $\mathbf{c_1}$=(-0.32556,-0.39992,-0.26265,-0.35804, -0.29797,0.35000)^T – 1-го столбца формируемой новой матрицы собственных векторов B_{66}. Остальные значения элементов матрицы собственных векторов B_{66} моделируются.

Новые собственные структуры для двух множеств валидных переменных

Теперь исходное разбиение 17=11+6 трансформировалось в разбиение 12=6+6. Новое разбиение сформировано обоснованно, учитывались веса компонентов 2-х первых собственных векторов $C_{17,17}$. Выделенные 12=6+6 компонент мз 34=17+17 компонентов 2-х первых собственных векторов $C_{17,17}$ являются индикаторами не введенных извне знаний (смотрите [5,17]), а появились из-за наличия корреляционной матрицы (Таблица 1), полученной усреднением 4-х эмпирически сформированных матриц $R^{(1)}_{17,17}+R^{(2)}_{17,17}+R^{(3)}_{17,17}+R^{(4)}_{17,17}$. «Средняя» корреляционная матрица $R_{17,17}=(1/4)[R^{(1)}_{17,17}\ +R^{(2)}_{17,17}\ +R^{(3)}_{17,17}\ +R^{(4)}_{17,17}\ ]$ имеет матрицу собственных векторов $C_{17,17}$, из которой мы извлекли нужных 12 элементов.

Это разбиение получено из первоначального разбиения 11+6=17 z-переменных, являющихся существенными причинами ситуации «низы-не хотят, верхи - не могут». В процессе формализации информационных потоков в нашем исследовании появились формальные ограничения, которые по-другому разбили 17 коррелированных z-переменных как по составу, так и по количеству z-переменных в каждом из 2-х множеств: из 11+6=17 z-переменных, выделились q+p=6+6=12 z-перемен ных, имеющих весомые «веса».

Формально отобранные 12 элементов из матрицы $C_{17,17}$ из-за их расположения в 2-х первых столбцах, соответствуют двум наибольшим собственным числам. Эта структура матриц собственных векторов и собственных чисел ($\Lambda_{17,17},C_{17,17}$) вынудили нас, опираясь на содержательные смылы их элементов, сформировать другую собственную структуру. Новая собственная структура (B^+_{pp}, A^+_{qp}) соответствует 2 множествам коррелированных z-переменных $\{z_1,\dots,z_6\}$, $\{z_7,\dots,z_{12}\}$. Каждая из 12 z-переменных стандартизована – имеет значение средней (=0), дисперсии (=1). Имена-смыслы z-переменных не влияют на их разбиение. Поэтому во 2-ом множестве из 6 z-переменных на месте остались 2 z-переменных, характеризующих «верхи», а 10 z-переменные, характеризующие «низы», разделились: 6 из них входят в 1-ое , 4 – во 2-ое множество.

Таблица 3. Матрицы B^{+}_{pp}, A^{+}_{qp} собственных векторов

1	0,3256	-0,5267	-0,3806	-0,2128	-0,4593	-0,4641	1,0000
2	**0,3999**	-0,4009	-0,6971	0,1999	0,2191	0,3247	1,0000
3	0,2626	0,2505	-0,2244	-0,1009	-0,1839	0,8797	1,0000
4	**0,3580**	-0,4526	0,5021	-0,5979	0,0752	0,2275	1,0000
5	0,2980	-0,5201	0,2062	0,7388	-0,1276	-0,1902	1,0000
6	-0,3500	0,1542	-0,1558	0,0362	0,8278	-0,3780	1,0000
	0,6744	1,00000	1,0000	1,0000	1,0000	1,3256	
Λ	3,10429	1,9751	0,3098	0,3098	0,151	0,1505	6

1(7)	**-0,42238**	-0,5841	-0,3616	-0,2128	-0,3878	-0,3923	1,0000
2(8)	0,30777	-0,4314	-0,7436	0,2102	0,1965	0,2889	1,0000
3(9)	-0,30348	0,3072	-0,2617	-0,1237	-0,1829	0,8344	1,0000
4(10)	**-0,50000**	-0,4213	0,4196	-0,5961	0,0641	0,1923	1,0000
5(11)	-0,47057	-0,4057	0,1959	0,7334	-0,1087	-0,1607	1,0000
6(12)	-0,16240	0,1902	-0,1827	0,0446	0,8727	-0,3748	1,0000
	0,8630	1,00000	1,0000	1,0000	1,0000	1,1370	
Λ	3,104	1,975	0,30982	0,3098	0,151	0,151	6

Линейная комбинация 6 z-переменных из 1-го множества имеет свой содержательный смысл, зависящий от смыслов 3-х показателей низов и 3-х показателей верхов. Линейная комбинация 6 z-переменных из 2-го множества также имеет свой содержательный смысл. Мы не будем заниматься когнитивным моделированием смыслов, примеры его методик изложены в статьях [18-20], где рассматриваются другие предметные области, отличающиеся наличием одного множества, а не 2-х множеств z-переменных. Мы введем 2 множества линейных комбинаций. Обе комбинации содержат 6 z-переменных, но разного состава: 1-ая состоит из z-переменных $z_1,\ldots,z_6$, 2-ая–из z-переменных $z_7,\ldots,z_{12}$. Линейная комбинация из 6 z-переменных $z_1,\ldots,z_6$ образует u-переменную, а линейная комбинация из z-переменных $z_7,\ldots,z_{12}$ образует v-переменную. Их m значений объединены в матрицы $U_{mp}=Z_1 A_{qp}$,$V_{mp}=Z_2B_{pp}$. «Веса» из матриц «весов» A_{qp}, B_{pp} содержат как заметные так и незаметные «веса». Введем качестве «весов» значения компонент 2-х векторов $\mathbf{c_1}$=(-0.32556, -0.39992,-0.26265,-0.35804,-0.29797,0.35000)^T и $\mathbf{c_2}$=(-0.42238,0,3077,-0,30348, -0,50000, -0,47057 -0,16240) в 2 матрицы A_{qp}, B_{pp} : назначим первыми собственными векторами в матрице A_{qp}, в матрице B_{pp}: $\mathbf{a_1}=\mathbf{c_1},\mathbf{b_2}=\mathbf{c_2}$.

Рассмотрим равенство $(1/m)U^TV=\Lambda_{pp}=diag(\lambda_1,\ldots,\lambda_p)$, назначим (для собственного вектора $b_1=\mathbf{c_1}$) собственное число λ_1=3,104294118 (его доля равна доле λ_1=8.7955 из $\Lambda_{17,17}$) содержит 51,74%. Собственное число λ_2=1,975058824 (вводится в модель вместо λ_2=5.5960). Его доля равна 32,92% и равна доле λ_2=5.5960 из $\Lambda_{17,17}$). Доля 2-х наибольших собственных чисел λ_1=3,10429, λ_2=1,975058 равна 84,66%. Этой доли информации достаточно ( ) для моделирования неизвестных значений $\lambda_3,\ldots,\lambda_6$) моделируемого спектра $\Lambda_{66}=diag(\lambda_1,\ldots,\lambda_6)$, необходимого для моделирования значений 2-х множеств валидных переменных, таких,что их матрицы U_{mp},V_{mp} удовлетворяют равенству $(1/m)U^TV=\Lambda_{pp}= diag(\lambda_1,\ldots,\lambda_p)$.

Алгоритм реализации ОМ АИКП Λ_{pp} =>(A_{qp}, B_{pp},U_{mp},V_{mp},$Z_{mn}=[Z_{mq}|Z_{mp}]$) состоит из 6 этапов: (Λ_{pp},C_{pp})=>(Λ^{+}_{pp},B^{+}_{pp}), Λ^{+}_{pp}=>A_{qp}, Λ^{+}_{pp}=>(U_{mp},V_{mp}), (U_{mp},A_{qp},)=>Z_1, (V_{mp},B_{pp})=>Z_2, $Z^{+}_{mn}=[Z^{+}_{mq}|Z^{+}_{mp}]$.

1-ый этап (Λ_{pp},C_{pp})=>(Λ^{+}_{pp},B^{+}_{pp}) не аналогичен этапу Λ_{pp} =>(A_{qp}). Сперва назначаются начальные значения (Λ_{nn},C_{nn}). Затем 1-ый столбец матрицы $C_{nn}=[C_1|C_2]$ заменяется нашим вектором $\mathbf{c_1}$=(-0.32556,-0.39992,-0.26265, -0.35804,-0.29797, 0.35000)^T . Имеем пару матриц (Λ_{nn},$C_{nn}=[B_1|C_2]$). Решаем Оптимизационную

Задачу ОСЗ 3 [6] и получим $B^{+}_{nn}=[B_1|B^{+}_2]$. Этим мы реализовали этап 1: $(\Lambda_{pp},C_{pp}) => (\Lambda^{+}_{pp},B^{+}_{pp})$.

Для реализации этапа $\Lambda^{+}_{pp}=>A_{qp}$, решаем ОСЗ 5 [6].

Моделирование 2-х матриц B^{+}_{pp}, A^{+}_{qp}собственных векторов

Выбранными экспертом индикатоарами присутствия знаний низах и верхах содержатся в 2-х векторах $\mathbf{c_1}$=(-0.32556,-0.39992,-0.26265,-0.35804,-0.29797,0.35000)^T,$\mathbf{c_2}$=(-0.42238,0,3077,-0,30348,-0,50000,-0,47057-0,1624 0)^T. Назначим их первыми собственными векторами в матрицах B_{pp} и A_{qp}.

Формируем 1-ый столбец будущей матрицы B_{pp} собственных векторов: назначим для 1-го собственного вектора $b_1=\mathbf{c_1}$= (-0.32556, -0.39992,-0.26265,-0.35804,-0.29797,0.35000)^T. Остальные 5 столбцов любой ортонормированной системой собственных векторов. Эти 6*5=30 чисел являются начальными значениями для решаемой ниже ОЗ. назначенные начальные значения (Λ_{nn},C_{nn}): 1-ый столбец матрицы $C_{nn}=[C_1|C_2]$ заменен нашим вектором $\mathbf{c_1}$=(-0.32556, -0.39992,-0.26265,-0.35804,-0.29797,0.35000)^T . Процедура «Поиск решения» позволяет для начальной пары матриц $(\Lambda_{nn},C_{nn}=[B_1|C_2])$ найти (смоделировать при назначенных параметрах (Рисунок 1)) решить Оптимизационную Задачу ОСЗ 3 [8] и получить первую нужную нам ортонормированную матрицу $B^{+}_{nn}=[B_1|B^{+}_2]$. Этим мы реализовали этап 1: $(\Lambda_{pp},C_{pp}) =>(\Lambda^{+}_{pp},B^{+}_{pp})$. ОСЗ 3 требует, чтобы изменяемыми значениями процедуры Solver (неизвестными переменными Оптимизационной Задачи) была назначена подматрица B_2 матрицы $B_{66}=[B_1|B_2]$ и вектор $(\lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6)$. Значения λ_1=3,10429, λ_2=1,975058 расположены в ячеейках перед ячейками неизвестных значений λ_3, λ_4, λ_5, λ_6 ячейка, содержащая формулу суммы: $3.10429+1.975058 + \lambda_3+\lambda_4+ \lambda_5+\lambda_6$, является ячейкой для целевой функции процедуры «Поиск решения». Ячейки ограничений ции процедуры «Поиск решения» соответствуют формулам $B^TB=I_{pp}$, $BB^T=I_{pp}$. Настройка параметров процедуры «Поиск решения» показана на Рисунке 1. Нажав кнопку «» имеем решение – пару матриц (Λ_{66},B_{66}). В Таблице 3 приведено решение ОЗ – пара (Λ_{66},B_{66}). Значения элементов матриц Λ_{66},B_{66} удовлетворяют всем матричным ограничениям. Процесс итераций прошел нормально. Мы не решали задачу нахождения искомого результата по известным исходным данным. А решали в ЭТ Excel обратную задачу: подобрать исходные данные для получения желаемого результата. Средство поиска решения Microsoft Excel использует алгоритм нелинейной оптимизации Generalized Reduced Gradient (GRG2), разработанный Леоном Ласдоном (Leon Lasdon, University of Texas at Austin) и Аланом Уореном (Allan Waren, Cleveland State University).

Реализации этапа $\Lambda^{+}_{pp}=>A_{qp}$, решаем ОСЗ 5 [8]. Далее формируем 1-ый столбец будущей матрицы A_{qp} собственных векторов: назначим для 1-го собственного вектора $\mathbf{a_1}=\mathbf{c_2}$=(-0.42238,0,3077,-0,30348, -0,50000, -0,47057 -0,16240). Остальные 5 столбцов любой ортонормированной системой собственных векторов. Эти 6*5=30 чисел являются начальными значениями для решаемой ниже ОЗ.

Далее проводим в ЭТ Excel аналогичные предыдущему случаю действия по конструированию программы-таблицы для ОЗ моделирования значений элементов подматрицы A_2 матрицы $A_{66}=[A_1|A_2]$ при известной подматрице и известном векторе $(\lambda_1, \lambda_2,\lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6)$: он был вычислен ранее при реализации программы-таблицы для ОЗ ОСЗ 3 по моделированию матрицы A^{+}_{66}. Значения элементов матрицы A^{+}_{66} удовлетворяют всем матричным ограничениям. Процесс итераций прошел нормально. Значения элементов матриц A^{+}_{66},B^{+}_{66} приведены в Таблице 3.

В матрице $C_{17,17}$ имелись индикаторы присутствия знаний, это - $corr(y_i,z_j)=b_{ij}$ должно быть известным и удовлетворять критерию умеренной связи: $corr(y_i,z_j)=\geq 0.3$. Число компонент у первых 2-х собственных векторов, располагаемых в первых 2-х столбцах матрицы $C_{17,17}$, равно 12 (Таблица 2).

Номера этих компонент следующие: 1,4,5,6,7,8,9, 10,11,12, 13,17. Разделим это новое множество z-переменных $z_1,\ldots,z_{12}$ из 12 z-переменных на 2 подмножества, руководствуясь правилом «1-ое множество содержит весомые значения компонент (индикаторы присутствия знаний) из 1-го собственного вектора, 2-ое множество - весомые значения компонент 2-го собственного вектора».

Мы реализовали один вариант Обратной модели к Прямой модели $Z_{mn}=[Z_{mq}|Z_{mp},]=>(\Lambda_{pp}, A_{qp}, B_{pp},U_{mp},V_{mp})$, $m=q+p,q\geq p, m>n$.

Прямая ИКП-модель, direct canonical-redundancy variables (direct CRVA-model)) содержит следующие формулы, отражающие преимущества избыточно-канонических переменных:

$(\Psi_{12}\Psi_{21} -\mathbf{\Lambda^2})\mathbf{A_{qp}}=0_{pp}$, $A.\Psi_{12}\mathbf{B} =\Lambda_{pp}$,$A^T A =I_{pp}$, $B^TB=I_{pp}$, $\mathbf{B}_{pp}=\Lambda^{-1}\Psi_{21}A_{qp}$, $U_{mp}=Z_1 A_{qp}$,$V_{mp}=Z_2B_{pp}$. Здесь матрица Ψ_{21} не является диагональной, она равна корреляционной матрице из коэффициентов корреляций пар (u^*,v^*) избыточных переменных. Множества избыточных переменных не являются би-ортогональными. Матрицу избыточных переменных мы не применяем, а используем матрицу Λ_{pp} нулевых ковариаций и не нулевых дисперсий би-ортогональных избыточно-канонических переменных. Би-ортогональность множества избыточно-канонических переменных и ортономированность собственных a-векторов (b- векторов) используется нами ниже. Соответствующие им матрицы $U_{mp}=Z_1A_{qp}$ u–переменных ($V_{mp}=Z_2B_{pp}$ v –переменных) моделируем также отдельно. В работе присутствуют 3 разные буквы для 3-х пар канонических (u,v), избыточных ((u^*,v^*), избыточно-канонических переменных ($\overline{u},\overline{v}$).

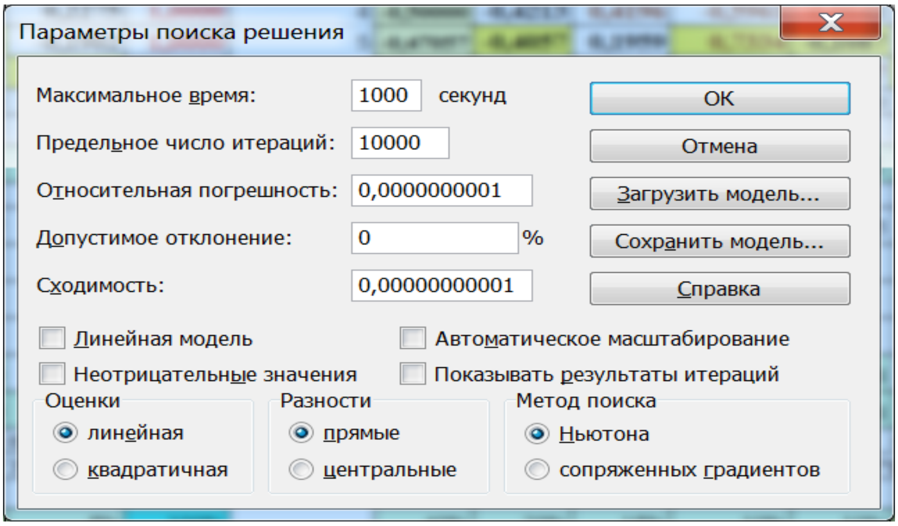

Рисунок 1. Окно параметров надстройки «Поиск решения» для программы-таблицы решения ОСЗ 3.

Мы произвели моделирование 2 матриц B_{pp},A_{qp}, причем диагональная матрица Λ_{pp} моделировалась совместно с матрицей B_{pp}. В Прямой ИКП-модели:$A\Psi_{12}\mathbf{B} = \Lambda_{pp}$, $A^TA = I_{pp}$,$B^TB=I_{pp}$,$U_{mp}=Z_1A_{qp}$,$V_{mp}=Z_2B_{pp}$. Заметим,что в Прямой ИКП-модели не требуется выполнение равенств $A\ A^T = I_{pp}$, $BB^T=I_{pp}$. Но в Обратную ИКП-модель эти ограничения мы ввели. Так как ортонормированная система собственных векторов является также и ортогональной системой собственных векторов (псевдособственных векторов). Длины векторов в ортонормированной системе равны 1, а в а ортогональной системе допустимы вектора неединичной длины. Матрица псевдособственных векторов C^{+} можно моделировать, решая другие варианты ОСЗ 3 [6].

В прямой модели по известной корреляционной матрице $\Psi_{12}=\Psi^T_{21}$ решается ПСЗ: $(\Psi_{12}\Psi_{21}-\mathbf{\Lambda^2})\mathbf{A_{qp}}=0_{pp}$. В Обратной модели эта задача не решается, используем только факт: матрица $\mathbf{A_{qp}}$ будет являться матрицей псевдособственных векторов в соотношениях нашей Обратной модели. После преобразования матриц z-переменных Z_1,Z_2 в матрицы канонических переменных (с применением модели АКК) в ПМ Анализа ИКП решается спектральная задача вида $(\Psi_{12}\Psi_{21}-\mathbf{\Lambda^2})\mathbf{A_{qp}}=0_{pp}$ как обобщенная спектральная задача вида$(\Psi_{12}\Psi^{-1}_{22}\Psi_{21}-\mathbf{\Lambda^2}\Psi_{11})\mathbf{A_{qp}}=0_{pp}$ и вычисляется другая матрица собственных векторов $\mathbf{B}_{pp}=\Lambda^{-1}\Psi_{21}A_{qp}$. В прямой модели АКК (она применяется после применения модели избыточных переменных), если имеется 2 множества z-переменных, то для преобразовани я ее матрицы значений Z_{mq} вычисляется только одна матрица собственных векторов A_{qp}, а другая матрица собственных векторов $\mathbf{B}_{pp}$ используется (для преобразования матрицы значений Z_{mp}) по формуле $\mathbf{B}_{pp}=\Lambda^{-1}\Psi_{21}A_{qp}$. При этом матрица линейного преобразования $\Lambda^{-1}\Psi_{21}$ должна вычисляться по известным матрицам Λ^{-1} и Ψ_{21}. Здесь в нашей обратной матрица Ψ_{21} не известна. Она нас не инересует. Способа декомпозиции матрицы Q_{pq} и нахождения 2-х матриц Λ^{-1} и Ψ_{21} из уравнения $Q_{pq}=\Lambda^{-1}\Psi_{21}$ нам не известно: Λ^{-1} – диагональная , Ψ_{21} – прямоугольная матрица. Неуправляемая линейная связь между матрицами Aqp и BppДля нас в Обратной модели важными элементами являются матрицы A_{qp}, B_{pp}. Они в Обратной модели моделируются независимо друг от друга и в дополнение к равенствам $A^T\ A = I_{pp}$, $B^TB=I_{pp}$ удовлетворяют равенствам $A\ A^T = I_{pp}$, $BB^T=I_{pp}$. В Прямой модели матрицы A_{qp}, B_{pp} ортогональны, в Обратной модели – ортонормированны.

Так как $\Psi_{22}=I_{pp}$. $\Psi_{11}=I_{qq}$, то в используемой нами Прямой Модели Избыточно-Канонических Переменных мы не используем ее подматрицы

(Ψ_{12},Ψ_{21}). Хотя они фигурируют в решаемой ПСЗ вида ($\Psi_{12}\Psi_{21}$-$\mathbf{\Lambda^2}$)$\mathbf{A_{qp}}$=0 $_{pp}$. Из этого соотношения мы для нашей Обратной модели в качестве входных объектов назначим диагональную матрицу Λ_{pp}=diag(λ_1,…,λ_p). Схема ОМ Анализа ИКП: Λ_{pp}= > (B_{pp},A_{qp}, U_{mp},V_{mp}) отражает последовательность этапов независимого моделирования ортонормированных квадратных (q=p) матриц собственных векторов A_{qp}, B_{pp}, q=p, содержащих заданные (смотрите выше) заметные значения компонент. Неизвестная матрица Q_{pp} линейной связи нас не интересует.

Моделирование матриц U_{mp}, V_{mp} значений валиных переменных

Матрицы U_{mp},V_{mp} являются матрицами из m значений би-ортогональных избыточно-канонических переменных (biorthogonal canonical-redundancy variables). Моделируем 2 матрицы U_{mp},V_{mp} избыточно-канонических переменных. Они нужны для моделирования матриц m значений, объединенных в матрицы Z_1,Z_2. Матрицы U_{mp},V_{mp} легко моделируется, так матрицы, обладающие такимиже свойствами моделировались в рамках других обратных моделей. Соотношения вида U_{mp}=Z_1 A_{qp},V_{mp}=$Z_2$$B_{pp}$ и свойства матриц A_{qp}, B_{pp}. Веса» из матриц «весов» A_{qp}, B_{pp} содержат как заметные так и незаметные «веса» при любых матрицах U_{mp}, V_{mp} существенно определяют значения элементов Z_1,Z_2. Матрицы U_{mp},V_{mp} пока должны удовлетворять равенству (1/m)U^TV=Λ_{pp}= diag(λ_1,…,λ_p). Иной способ матрицах матрицзначений валиных переменных U_{mp}, V_{mp} пока не будем рассматривать. Вводимые нами модель u-переменные являются валидными для измеряемых z-переменных, z_1,…,z_6, v –переменные являются валидными для измеряемых z-переменных z_7,…,z_{12}. Смыслы валидных переменных считаем заданными, они перечислены выше. Множества u– и v-переменных, представленные через свои матрицы значений U_{mp} V_{mp}, некоррелируют: (1/m)U^TV=Λ_{pp}= diag(λ_1,…,λ_p), а каждый столбец матриц U_{mp} и V_{mp} стандартизован: (1/m)U^TU=I_{pp},(1/m)V^TV=I_{pp},Пары столбцов ($\mathbf{u_j}$,$\mathbf{v_j}$) из матриц U_{mp}, V_{mp} имеют длины λ_1,…,λ_p, упорядоченные по убыванию: λ_1>…>λ_p>0, (1/m)U^TV=Λ_{pp}= diag(λ_1,…,λ_p).

Соотношения из метода ПМСА – метода избыточных переменных (МИП, redundancy values analysis, RVA [ ]) изложены в работах [ ]. Соотношения из прямой задачи, решенной в [ ], образкют Прямую модель RVA (прямая RVA-модель) и схематично обозначим так:Прямая RVA-модель Z_{mn}=[Z_{mq}|Z_{mp},]=>(Λ_{pp}, A_{qp},B_{pp},U_{mp},V_{mp}) , m=q+p,q≥p, используемая в этой статье, изложена в статье [1]. Входными объектами в ней являются 2 матрицы Z_{mq}|Z_{mp},, объединенные в одну матрицу Z_{mn}= [Z_{mq}|Z_{mp},]. Эти матрицы Z_{mq}|Z_{mp} подвергаются преобразованиям методом избыточных переменных [11] .Полученные 2 множества избыточных (redundancy variables [11]) переменных рассматриваются как входные матрицы для ПМ АКК [1]. После преобразования 2-х матриц значений избыточных переменных получаем 2 матрицы значений избыточно-канонических переменных (biorthogonal canonical-redundancy variables) имеем биортогональные матрицы (1/m)U^TU=I_{pp},(1/m)V^TV=I_{pp}, (1/m)U^TV=Λ_{pp}= diag(λ_1,…,λ_p), λ_1>…>λ_p>0. Формулы из модели избыточных переменных мы не приводим. Ее формулы приведены в статьях [1,11]. В статье [1] доказаны теоремы об индексах измерения сил связей между двумя множествами z-переменных , избыточных переменных, канонических переменных, избыточно- канонических переменных. Теоретическое обоснование существования индикаторов присутствия знаний в матрицах собственных векторов A_{qp}, B_{pp} в Прямой модели избыточно- канонических переменных доказано в Теоремах 1 и 2 [1].

Таблица 4. Матрица значений валиных переменных U_{mp}

	1	2	3	4	5	6
1	0,1795	0,2324	0,3662	-0,1322	-0,0020	0,2589
2	-0,3689	0,1168	0,1520	0,3542	-0,0526	-0,2611
3	-0,1552	0,2795	0,4676	0,2590	-0,0274	-0,0977
4	0,5000	-0,0585	0,0571	0,0865	-0,2113	0,0185
5	0,4543	0,2183	-0,3425	-0,2286	-0,4538	-0,0867
6	0,0141	0,2398	0,2203	-0,0303	-0,2920	0,2117
7	0,0775	-0,1515	-0,1174	0,0717	0,0578	0,0677
8	-0,1294	0,1882	-0,3173	-0,2365	0,3198	0,1332

9	0,1047	-0,4601	-0,0191	0,1717	-0,1082	-0,2495
10	-0,1614	-0,0298	0,0507	0,2186	0,0003	-0,4367
11	0,1096	-0,0703	-0,1917	-0,1549	-0,2546	0,3706
12	0,1634	-0,1158	0,1708	-0,2291	0,3968	0,1436
13	0,0024	-0,2984	-0,1993	0,2481	0,0743	-0,3553
14	-0,1581	-0,2793	-0,0941	-0,1043	-0,1643	0,1826
15	0,1708	0,0413	0,2701	-0,3233	0,1846	-0,0331
16	-0,2994	0,3252	-0,1616	0,3322	-0,2659	0,0431
17	0,0214	-0,2377	-0,0222	0,1935	0,3418	-0,2894
18	-0,1718	-0,0582	-0,0550	-0,3685	0,1442	-0,0260
19	-0,0435	0,1071	-0,2554	0,0990	0,0940	0,2231
20	-0,0353	0,2405	0,1762	-0,0176	0,1910	0,2585
21	-0,2749	-0,2294	-0,1556	-0,2092	0,0276	-0,0761
	0,00001	0,00000	0,00002	0,00000	0,00000	-0,00001
	1,00000	**1,00000**	**1,00000**	**1,00000**	**1,00000**	**1,00000**

Таблица 5. Матрица значений валиных переменных V_{mp}

	1	2	3	4	5	6
1	-0,103387	0,231114	-0,22035	-0,55432	-0,13338	-0,01807
2	0,0316108	0,275109	-0,31296	0,191314	-0,32438	0,479869
3	-0,000334	0,032132	-0,07629	-0,04876	-0,16754	-0,26277
4	0,2123823	0,280054	0,05188	-0,14246	-0,28471	-0,0821
5	-0,270968	0,083886	-0,01446	-0,10345	0,018949	-0,1331
6	0,0684028	-0,359569	0,014247	0,064659	-0,13144	0,316285
7	0,0292324	0,133191	0,162235	0,127677	0,289734	0,028629
8	-0,066472	-0,221209	0,278837	0,32349	0,131306	0,089823
9	0,2236834	0,022531	-0,25728	0,108651	-0,16188	0,131792
10	-0,200632	0,13165	0,150519	-0,07212	-0,09298	-0,34402
11	-0,460813	-0,432963	0,442993	0,065436	-0,11661	-0,14119
12	0,4029234	-0,259181	-0,39224	0,160233	0,097468	-0,07137
13	0,0126144	-0,158155	-0,11173	0,02411	-0,11752	0,142787
14	-0,035205	0,111855	-0,34601	-0,16509	0,363622	0,13152
15	0,0189368	-0,129913	0,008421	-0,26414	0,120367	-0,39018
16	0,07074	0,142149	-0,13118	-0,03169	-0,17763	-0,15929
17	0,2902339	-0,346107	0,163331	0,12874	-0,01152	0,098059
18	0,343027	0,044734	0,215085	-0,26724	0,127981	-0,25614
19	-0,375766	0,133968	0,242941	-0,03442	0,371171	-0,01949
20	-0,211063	-0,032408	-0,0095	0,512208	0,434857	0,300154
21	0,020857	0,317129	0,141528	-0,02284	-0,23587	0,158815
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Преимуществом применямой в данной статье Обратной модели является биортогональность 2-х множеств избыточно-канонических переменных, возможность моделировать отдельно и независимо друг о друга матриц A_{qp}, B_{pp}. Конструирование новой собственной структуры (Λ_{pp},A_{qp},B_{pp}) взамен старой ($\Lambda_{17,17}$, $C_{17,17}$) и перенос значений (индикаторов присутствия знаний) в другую систему валидных показателей являются новым приемом для формулирования новой методики конструирования системы валидных u v-переменных и коррелированных z-переменных ($z_1,\dots,z_6$),($z_7,\dots,z_{12}$). При преобразованиях матриц U_{mp}, V_{mp} в матрицы коррелированных z-переменных ($z_1,\dots,z_6$),($z_7,\dots,z_{12}$) применчем ортонормированные матрицы B^+_{pp} и A^+_{qp}.

Конструирование проводится следующим образом. Из матрицы $C_{17,17}$ выделяем ее элементы-индикаторы присутствия знаний, это - $corr(y_i,z_j)=c_{ij}$, удовлетворяющие критерию умеренной связи: $corr(y_i,z_j)=\geq 0.3$. Число таких компонент у первых 2-х собственных векторов, располагаемых в первых 2-х столбцах матрицы $C_{17,17}$, равно 12 (Таблица 2). Номера этих компонент следующие: 1,4,5,6,7, 8,9,10,11,12,13,17. Разделим соответствующее этим номерам новое множество z-переменных $z_1,\dots,z_{12}$ из 12 z-переменных на 2 подмножества, руководствуясь правилом «1-ое множество содержит весомые значения компонент (индикаторы присутствия знаний) из 1-го собственного вектора), 2-ое множество - весомые значения компонент 2-го собственного вектора». Тогда 1-ое множество состоит из 6 показателей, соответствующих 6 z-переменных $z_1,\dots,z_6$ и имеющих смыслы-имена:

1. Производительность труда крепостных крестьян (экономический показатель);
2. Число крестьян, взявших в аренду или купивших участки земли (экономический показатель);
3. Чрезмерное увеличение работы на барщине (экономический показатель);
4. Процент дворовых крестьян, полностью лишенных пашни (экономический показатель);
5. Доля от суммы заработка крепостного крестьянина-отходника, которую он обязан был отдавать помещику (экономический показатель);
6. Коэффициент бедности и низкой покупательной способности крепостных (экономический показатель);

2-ое множество состоит из 6 показателей, соответствующих 6 z-переменным $z_7,\dots,z_{12}$ и имеющих следующие смыслы-имена:

7. Число покушений недовольных крестьян на жизнь помещиков (криминальный показатель);
8. Число крестьянских волнений (политический показатель);
9. Число крестьян, переместившихся в города. (миграционный показатель);
10. Число крепостных, необходимых для использования в качестве свободной и квалифицированной рабочей силы (экономический показатель);
11. Помещичья задолженность государству (экономический показатель);
12. Степень распространения (внедрения) идеи либерализма (политический показатель).

Рассмотрим новое множество валидных некоррелированных переменных $u_1,\dots,u_6$ для коррелированных z-переменных $z_1,\dots,z_6$, таких что a_{ij} $=corr(u_i,z_j)=corr(y_i,z_j)=c_{ij}, j=1,\dots,6$. Заменим ими старое подмножество валидных некоррелированных 6 y-переменных из их общего числа $y_1,\dots, y_{17}$. Каждая i–ая переменная (их 6 штук) из старого подмножества валидных некоррелированных y-переменных удовлетворяет условию равенства $corr(y_i,z_j)=c_{ij}$.

Перенесем эти 6 компонент из матрицы $C_{17,17}$ в 1-ый столбец новой матрицы собственных векторов $A_{6,6}$. Перенесем 6 выделенных (по критерию заметности) компонент 2-го столбца старой матрицы собственных векторов из матрицы $C_{17,17}$ во 2-ой столбец новой матрицы собственных векторов $B_{6,6}$.

Моделирование начнем с 2-ой матрицы $B_{6,6}$.Рассмотрим 2-ое новое множество валидных некоррелированных переменных $v_1,\dots,v_6$ для коррелированных z-переменных $z_7,\dots,z_{12}$, таких что b_{ij} $=corr(u_i,z_j)=corr(y_i,z_j)=c_{ij}$,где номер $j=7,\dots,12$, является перенумерованным из номера компоненты 12-мерного собственного вектора из матрицы $C_{17,17}$. Произошла замена одной матрицы $C_{17,17}$ на другую матрицу $B_{6,6}$.Аналогично формируем матрицу $A_{6,6}$. Далее решаем отдельно 2 оптимизационные задачи и имеем матрицы $B^+_{6,6}$,$A^+_{6,6}$.

Вводимые в нашу модель матрицы являются ортонормированными матрицами. Если матрица $A_{6,6}$ (или $B_{6,6}$) после решения оптимизационной задачи () получилась ортонормированной, то матрица $A_{6,6}$ (или $B_{6,6}$) является матрицей собственных векторов корреляционной матрицы для множества z-переменных, $z_1,\dots,z_6$, (для множества z-переменных $z_7,\dots,z_{12}$). Если одна (или обе матрицы) из матриц $A_{6,6}$.или $B_{6,6}$ получилась ортогональной, то она является матрицей псевдособственных векторов ().Ортогональный вектор **c** состоит из взаимноперпендикулярных векторов, среди которых имеются векторы с длиной, не равной 1: $\mathbf{cc^T}=1$, $\mathbf{c^Tc}\neq 1$. Матрица C_{66} , объединяющая значения компонентов таких векторов, называется матрицей псевдособственных векторов. Множество матриц собственных векторов является частью множества матриц псевдособственных векторов.

Ортогональную матрицу $A_{6,6}$ ($B_{6,6}$) в дальнейшем преобразуем (после решения одной ОСЗ из 6 ОСЗ [3-6]) в ортонормированную матрицу $A^{+}_{6,6}$ ($B^{+}_{6,6}$) собственных векторов. Это позволяет нам иметь 2 матрицы $A^{+}_{6,6}$ и $B^{+}_{6,6}$ ортонормированных собственных векторов, удовлетворяющих условию $A^{+}_{6,6}$ $A^{+T}_{6,6}=I_{pp}$ ($B^{+}_{6,6}B^{+T}_{6,6}=I_{pp}$, отсутствовавшего в ПМ АИКП [1] При решении ОСЗ 3 получаем пару матриц () собственой структуры для корреляционной матрицы не используемой далее. Используются только некоторые весомые элементы $A^{+T}_{6,6}$, $B^{+}_{6,6}$.

Моделирование матриц Z_{mq}, Z_{mp} значений n=q+p z-переменных

Ранее мы сиоделировали матрицы «весов» A^{+}_{qp}, B^{+}_{pp}, матрицы значений валидных U_{mp} ,V_{mp} моделируются одновременно и в зависимости от спектра$\Lambda_{pp}=diag(\lambda_1,\dots,\lambda_p)$:$(1/m)U^TV=\Lambda_{pp}$.
Ортонормированность матриц A^{+}_{qp}, B^{+}_{pp} позволяет нам вычисить значения элементов матриц Z_1,Z_2:$Z_1=U_{mp}\,A^{+T}_{qp}$, $Z_2=V_{mp}\,B^{+T}_{pp}$.

Так как пар матриц A^{+}_{qp}, B^{+}_{pp} существует бесконечное множество, то пар матриц ($Z_1=U_{mp}$ A^{+T}_{qp}, $Z_2=V_{mp}$ B^{+T}_{pp}) - бесконечное множество. Одна пара матриц Z_1,Z_2 прим=21,q=6,p=6 визуализиро вана на Рисунках 2 3. Введенные в модель u-переменные являются валидными для модельных (не всегда измеряемых) z-переменных $z_1,\dots,z_6$, v-переменные являются валидными для модельных (не всегда измеряемых) z-переменных $z_7,\dots,z_{12}$.

Визуализация динамик изменения значений n=q+p z-переменных

Показатель 4. «Процент дворовых крестьян, полностью лишенных пашни (экономический показатель) был выделен нами выше. Он имеет «вес», равный **-0.5000** (смотрите компоненты вектора $\mathbf{a}_1$ =(-0.4224,0.3078, -0.3035,**-0.5000,** -0.4706, -0.1624)^T **).**

Выделим матрицу $X^{0(1)}{}_{21,6}$ и, пользуясь функцией «Сортировка», упорядочим по возрастанию значения элементов столбца №4, элементы строки остальных столбцов поменяются в соответствии с перестанокой значений столбца №4. Номера строк после перестаноки строк $X^{0(1)}{}_{21,6}$: 5,4,16,13, 19,10,17,2,7,9,3, 6,8,11,20,1,15, 12,14,21,18 z1,…,z6. Вид 6 кривых показан на Рисунке 2. Динамика показателя №4 (красная кривая) негативная: значения процентов дворовых крестьян, полностью лишенных пашни увеливаются, этот тренд показывает ухудшающуюся степень качества жизни крепостных крестьян.

Аналогично рассматриваем вектор $\mathbf{b}_1$ =(0.3256,0.3999, 0.2626, 0.3580, 0.2980, -0.**3500**)^T . Вид 6 кривых показан н Рисунке 3. Номера строк таблицы $X^{0(2)}{}_{2106}$ переставились в следующем порядке:
4,10,13,18,15,7,8,1,16,5,3,6,2,12,9,19,20,17,11, 21,14.

Вид 6 кривых, соответствующих визуализируемым z-переменным $z_7,\dots,z_{12}$, показан на Рисунке 3. Динамика показателя №12 (синяя кривая) показывает положительную динамику: значения показателя «степень распространения (внедрения) идеи ли-берализма» возрастает. Тренд этого показателя №12 показывает нарастающие изменения в сознании верхов. Анализ изменений сознания низов от влияния показателя №12 должен проводиться не здесь: вероятнее всего «ухудшающаяся степень качества жизни крепостных крестьян» намного сильнее влияла на сознания низов.

Перестановк строк матриц $X^{0(1)}{}_{21,6}$ $X^{0(2)}{}_{2106}$ не меняют значений матриц (Λ_{pp}, A_{qp}, B_{pp},U_{mp},V_{mp}). Соответствующие матрицам $X^{0(1)}{}_{21,6}$ $X^{0(2)}{}_{2106}$ матрицы Z_2. моделировались отдельно. Поэтому мы можем переставлять по-разному строки матрицы Z_1, и строки матрицы Z_2. Такие перестановки не изменяют значений матриц (Λ_{pp}, A^{+}_{qp},B^{+}_{pp},U_{mp},V_{mp}). Матрицы A^{+}_{qp},B^{+}_{pp} моделировались отдельно.

Мы провели визуализацию показателей №4, №12. Визуализации по другим заметным «весам» показывают их тренды. Они не противоречат нашим выводам.

Дальнейшее исследование появившихся вопросов необходимо и актуально.

Графики динамик 6 кривых, приведенных на рисунках, построены визуализационным значениям параметров x^{cp}, s для z-переменных. Визуализационные значения подбираются по формуле $x^{\circ}=x^{cp}+zs$. Формула $x^{\circ}=x^{cp}+zs$ показывает структуру разложения измеренного значения x° на слагаемые. Первое слагаемое (x^{cp}) называется ожидаемым значением, его значение является главной частью значения x° реального показателя и имеет единицу измерения. Второе слагаемое (zs) показывает число $z=(x^0-x^{cp})/s$ отклонений (стандартных) в отклонении исходного значения x°_{ij} от значения выборочного среднего: $x_{ij}=(x^{\circ}_{ij}-x_j^{cp})$, $z_{ij}=x_{ij}/s_j$, где $x_{ij}=(x^{\circ}-x_j^{cp})=z_{ij}s_j$. Если x°_{ij}=12%, x_j^{cp}=8%, s_j=4%, то x°_{ij} отделен от своего ожидаемого значения x_j^{cp} . Параметр генеральной совокупности - *стандартное отклонение* σ, а $s=+\sqrt{s^2}$-выборочное стандартное отклонение (оценка σ) характеризует степень изменчивости (волатильности) х-переменной ($x=x^{\circ}-x^{cp}$), а значение z-переменной равно $z=(x^{\circ}-x_{cp})/s$. Но на рисунках 2 и 3 применяются визализационные значения $x^{cp}{}_1$, $x^{cp}{}_2$, $x^{cp}{}_3$, $x^{cp}{}_4$, $x^{cp}{}_5$, $x^{cp}{}_6$, $x^{cp}{}_7$, $x^{cp}{}_8$, $x^{cp}{}_9$, $x^{cp}{}_{10}$, $x^{cp}{}_{11}$, $x^{cp}{}_{12}$.

Они визуализируют наглядно динамики показателей №4, №12. Степень «колеблемости» показателя зависит от величины стандартного отклонения s.

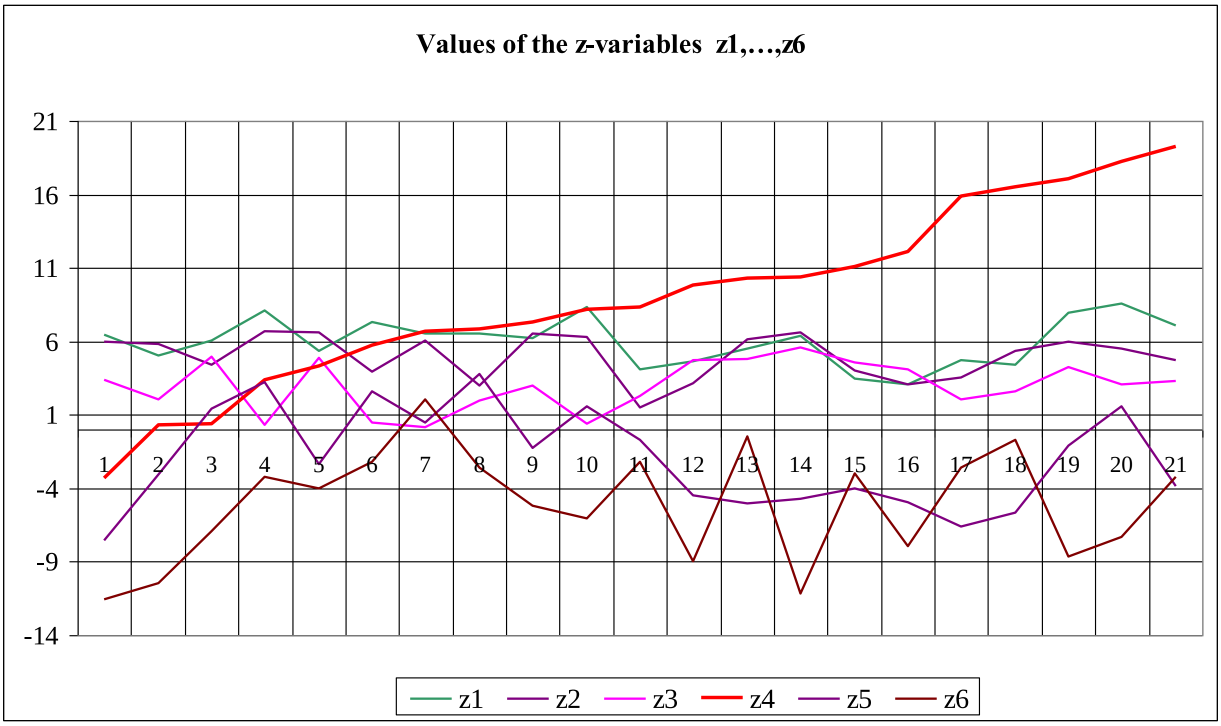

Рисунок 2. Динамика модельных значений показателя «процент дворовых крестьян, полностью лишенных пашни», негативно воздействовавших в 1814-1861 гг на жизнь крепостных крестьян

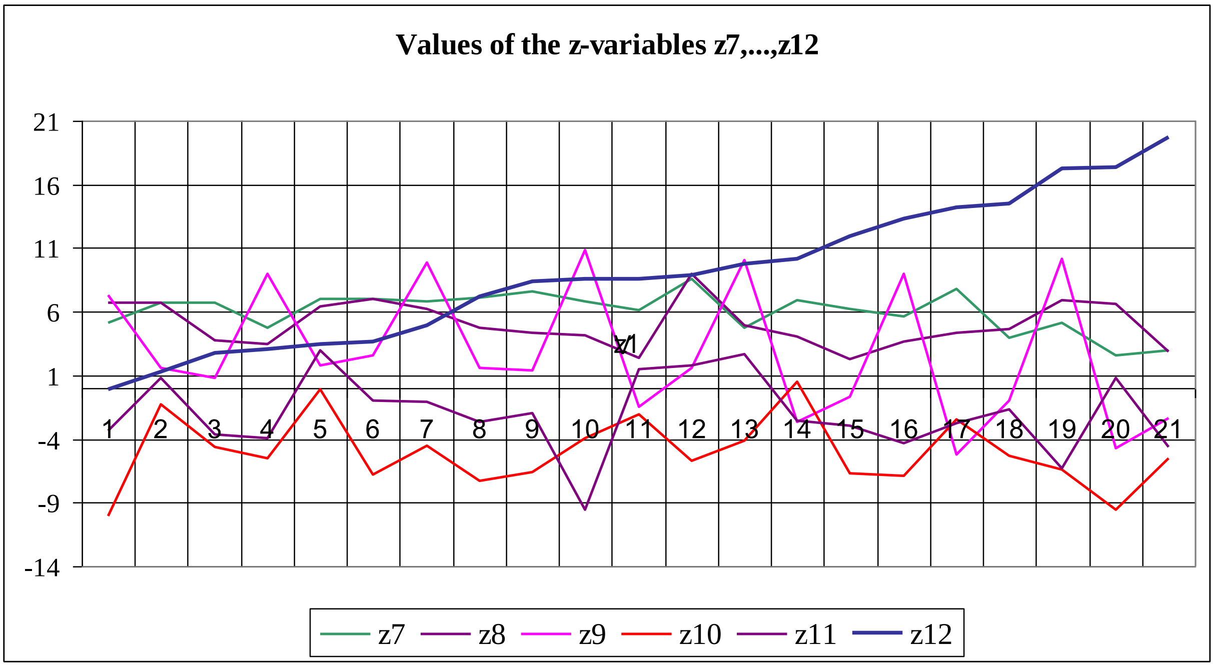

Рисунок 5. Динамика модельных значений показателя «степень распространения (внедрения) идеи либерализма» - фактора кардинального изменения сознания помещиков к1861 г.

Заключение

Мы разработали ОМ АИКП: решена новая задача: для заданной диагональной матрицы $\Lambda_{pp}=diag(\lambda_1,\ldots,\lambda_p)$, $\lambda_1>\ldots>\lambda_p>0$, $\lambda_1+\ldots+\lambda_p=p$, требуется найти значения элементов 2-х модельных подматриц Z_{mq}, Z_{mp} матрицы $Z_{mn}=[Z_{mq}|Z_{mp},]$, состоящих из m значений n z-переменных, $m=q+p,q\geq p$,. Множество z-переменных разделенны на 2 группы: в 1-ую группу объединены z-переменные $z_1,\ldots,z_6$, во 2-ую - $z_7,\ldots,z_{12}$. Полученные 2 модельные подматрицы Z_{mq}, Z_{mp} должны быть вычислены после отдельных ортонормированных преобразоаний – модельных матриц A_{qp} и B_{pp}, 2-х матриц U_{mp},V_{mp} значений би-ортогональных избыточно-канонических переменных (u- и v-переменных): $(1/m)U^TU=I_{pp}$, $(1/m)V^TV=I_{pp}$, $(1/m)U^TV=\Lambda_{pp}=diag(\lambda_1,\ldots,\lambda_p)$, $\lambda_1>\ldots>\lambda_p>0$. Модельные матрицы A_{qp} и B_{pp} должны иметь алгебраические свойства ортонормированных матриц: $AA^T=I_{qq}$, $BB^T=I_{pp}$, $A^TA=I_{pp}$, $B^TB=I_{pp}$. Модельная подматрица Z_{mq} должна быть вычислена преобразованием с применением матрицы A_{qp}, а модельная подматрица Z_{mp} – с применением матрицы B_{pp}. Ортонормированные матрицы A_{qp}, B_{pp} из ПМ АИКП [2-3] обеспечивают биортогональность матриц U_{mp}, V_{mp}: $(1/m)U^TV=\Lambda_{pp}=diag(\lambda_1,\ldots,\lambda_p)$. Модельные матрицы решаемой Обратной Задачи вычислены при моделировании исторического принципа «верхи – не могут, низы – не хотят». В результате математического моделирования предметной области выделены 2 фактора (генераторы кризиса) с негативными динамиками их кривых (Рисунки 2 и 3): низы-«число крестьян, взявших в аренду или купивших участки земли » («вес» равен $\mathbf{b}_{41}$=0,3580), верхи - «степень распространения (внедрения) идеи либерализма (z12)» («вес» равен $\mathbf{a}_{41}$=-0,50000).

Использовали модерификации и приложения моделей ОСЗ и новые задачи моделирования зависимостей модельной матрицы псевдособственных и обственных векторов A^+_{qp}, B^+_{pp}, зависимых от спектра неизвестной и не используемой симметрической корреляционной матрицы. В результате математического моделирования предметной области выделили 2 фактора (генераторы кризиса) с негативными динамиками их кривых (Рисунки 2 и3): низы-«число крестьян, взявших в аренду или купивших участки земли» («вес» равен $\mathbf{b}_{41}$=0,3580), верхи - «степень распространения (внедрения) идеи либерализма (z12)» («вес» равен $\mathbf{a}_{41}$=-0,50000).

Необходимо моделировать другие принципы, в чем-то аналогичные принципу «низы-не хотят,верхи-не могут»,. Такими «принципами» могут служить: «студенты – не хотят, преподаватели-не могут»,«экологи-не хотят, промышленность – не может». Индивиды из низов сильно зависят от своих хозяев - индивидов из верхов. Рассмотрим многомерные информационные потоки, характеризующие низы и верхи.

Ситуации, когда экономическое положение и морально-психологическое самочувствие удшалось у одних, а положение других улучшалось мы частовидим из средств массовой информации. Восприятие своего «ненормального» положения в обществе у разных ннидивидов встречается часто. Не надо ждать наступления критического состояния «не могу».

Мы модельно выявили и другие заметные по «весу» z-переменные они образуют разные линейные комбинации биортогональных избыточно-канонических переменных (u- и v-переменных. Необходимо моделирование их когнитивных смыслов в терминах своей предметной области. Примеры моделирования валидных переменных в разных предметных областях (работа предприятий, индивидуальное сознание, сознание цивилизованного предпринимателя) имеются в работах [21-25].

Наша модель показала полезность использования матрицы «коэффициентов комбинационных пропорциональностей» [2] и интерпретации значения «коэффициента комбинационных пропорциональностей» [7-9,17-20]. В иcпользованных моделях ОСВ3,ОСЗ5 сформулировали и решили Оптимизационные Задачи с соответствующими допущениями на их параметры и переменные. Первые апобации ОМ МКП показали хорошие свойства в возможных приложениях.

References:

1. Zhanatauov, S.U. (2018). The theorems of values of relationships between groups of variables. *ISJ "Theoretical &Applied Science", №3(59)*: 249-256. www.t-science.org
2. Zhanatauov, S.U. (2019). A matrix of values the coefficients of combinational proportionality. *Int. Scientific Journal Theoretical &Applied Science, №3 (68)*, 401-419. www.t-science.org

3. Zhanatauov, S.U. (2018). Modeling eigenvectors with given the values of their indicated components. *Int.Scien.Jour. "Theoretical &Applied Science", № 11(67)*: pp. 107-119. www.t-science.org
4. Zhanatauov, S.U. (2018). Inverse spectral problem. *ISJ Theoretical &Applied Science, №12(68)*, pp.101-112. www.t-science.org
5. Zhanatauov, S.U. (2018). Inverse spectral problem with indicated values of components of the eigenvectors. *ISJ Theoretical &Applied Science, №11(67)*, pp.358-370. www.t-science.org
6. Zhanatauov, S.U. (2018). Inverse spectral problem. *ISJ Theoretical &Applied Science, №12(68)*, pp.101-112. www.t-science.org
7. Zhanatauov, S.U. (2019). Cognitive model of the structure of the municipal body on monitoring the moral environment for subsides of human resources. *ISJ "Theoretical &Applied Science", №7(75)*: pp. 401-418. www.t-science.org
8. Zhanatauov, S.U. (2019). Cognitive model for digitalizing indicators individual consciousness of a civilized entrepreneur. *Int.Scien.Jour. "Theoretical &Applied Science", № 8(76)*: pp. 172-191. www.t-science.org
9. Zhanatauov, S.U. (2019). Risk calculation model of interest rate change " yield to maturity date " for the state securities of the republic of kazakhstan nominated in tenge. *Int.Scien.Jour. "Theoretical &Applied Science". 2019, № 9 (77)*: pp. 401-419. www.t-science.org
10. Van den Vollenberg, A.L. (1977). Redundancy analysis – an alternative for canonical correlation analysis. *Psychometrika, vol.42, № 26*, pp. 207-219.
11. Thissen, M., &Van den Wollenberg, A.L. (1975). REDA NAL. A fortran IV G/H program for redundancy analysis (Research Bulletin 26). Nijmegen, the Neterlan-ds: University of Nijmegen, Department of Mathematical Psychology.
12. Hotelling, H. (1936). Relations between two sets of variates. *Biometrika, №28(3-4)*: pp.321-377.
13. Krayako, M. (1982). Canonical analysis. *Biometr. J., vol. 24, № 3*, pp. 211-228.
14. Stewart, D., & Love, W. A. (1968). general canonical correlation index. *Psychological Bulletin, vol.70*, pp. 160-163.
15. Zhanatauov, S.U. (2013). *Obratnaya model' glavnykh komponent*. (p.201). Almaty: Kazstatin-form.
16. Zhanatauov, S.U. (2014). The inverse problem, inverse model, invertible model. «Internat C onference " Science: lntegrating Theory and Practice" (February 24-25. 2014), Bozeman, Montana, USA/ ICET (lnternational enterf or Education&Technology USA) lternational Academic Research Conference on Business, Education, Nature and Technology». pp.447-449.
17. Zhanatauov, S.U. (2019). Coefficients of regression, containing mathematically introduced and cognitively extractabled knowledge. *ISJ Theoretical & Applied Science, № 6 (74)*: 613-622. www.t-science.org
18. Zhanatauov, S.U. (2019). Cognitive model of the structure of the municipal body on monitoring the moral environment for subsides of humanresources. *Int.Scien. Jour. "Theoretical &Applied Science", № 7(75)*: pp. 401-418. www.t-science.org
19. Zhanatauov, S.U. (2019). Cognitive model for digitalizing indicators individual consciousness of a civilized entrepreneur. *Int.Scien.Jour. "Theoretical &Applied Science", № 8(76)*: pp. 172-191. www.t-science.org
20. Zhanatauov, S.U. (2019). Risk calculation model of interest rate change " yield to maturity date " for the state securities of the republic of kazakhstannominated in tenge. *Int.Scien.Jour. Theoretical &Applied Science", № 9 (77)*: pp. 401-419. www.t-science.org
21. Zhanatauov, S.U. (2018). Model of digitalization of the validity indicators and of the measurable indicators of the enterprise. *Int.Scien.Jour. "Theoretical &Applied Science". 2018, № 9(65)*: pp. 315-334. www.T-Science.org
22. Zhanatauov, S.U. (2018). Model of digitalization of indicators of individual consciousness. *ISJ"Theoretical &Applied Science", №6(62)*: pp. 101-110. www.t-science.org
23. Zhanatauov, S.U. (2019). Cognitive model of the structure of the municipal body on monitoring the moral environ ment for subsides of human resources. *Int.Scien. Jour."Theoretical &Applied Science", № 7(75)*: pp. 401-418. www.t-science.org
24. (2019). Cognitive model for digitalizing indicators indivi dual consciousness of a civilized entrepreneur. *Int.Scien.Jour. "Theoretical &Applied Science", № 8(76)*: pp. 172-191. www.t-science.org
25. Zhanatauov, S.U. (2018). Digitalization of the behavioral model with errors of non-returnable costs. *Int.Scien.Jour."Theoretical &Applied Science", №8(64)*: pp.101-110. www.t-science.org