

## Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971  
ISI (Dubai, UAE) = 0.829  
GIF (Australia) = 0.564  
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912  
PIHII (Russia) = 0.126  
ESJI (KZ) = 8.716  
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630  
PIF (India) = 1.940  
IBI (India) = 4.260  
OAJI (USA) = 0.350

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)

### International Scientific Journal Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2020 Issue: 01 Volume: 81

Published: 30.01.2020 <http://T-Science.org>

QR – Issue



QR – Article



**Tulkin Mavlanovich Mavlanov**

Tashkent Institute of Irrigation and Agricultural Mechanization Engineers  
Doctor of Technical Sciences, Professor,  
Tashkent, Republic of Uzbekistan,

**Sherzod Khudaynazarov**

Tashkent Institute of Irrigation and Agricultural Mechanization Engineers  
Candidate of technical sciences, docent,  
Tashkent, Republic of Uzbekistan.

## CALCULATION OF STRUCTURALLY INHOMOGENEOUS, PARTIALLY FILLED WITH LIQUID, SHELL DESIGNS

**Abstract:** A method for solving the static problems of multi-connected structurally heterogeneous shell structures, which are an arbitrary composition of multilayer shells, is proposed in the paper. Equations of equilibrium are obtained on the basis of the Lagrange variation principle. As an example, the matrix of complex stiffness values for a four-layer rectangular plate with different number of points of orthogonalization is calculated.

**Key words:** structural heterogeneity, multi-connectivity, shell, plate, variation principle, interactions, deformability, equations, matrix.

**Language:** Russian

**Citation:** Mavlanov, T. M., & Khudaynazarov, S. (2020). Calculation of structurally inhomogeneous, partially filled with liquid, shell designs. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 01 (81), 231-237.

**Soi:** <http://s-o-i.org/1.1/TAS-01-81-42> **Doi:**  <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2020.01.81.42>

**Scopus ASCC:** 2210.

### РАСЧЕТ СТРУКТУРНО-НЕОДНОРОДНЫХ, ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННЫХ ЖИДКОСТЬЮ, ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИИ

**Аннотация:** В работе предлагается метод решения задач статики многосвязных структурно-неоднородных оболочечных конструкций, представляющих собой произвольную композицию из многослойных оболочек. На основе вариационного принципа Лагранжа получены уравнения равновесия. В качестве примера вычислена обобщенные перемещения цилиндрических оболочек, частично заполненной жидкостью.

**Ключевые слова:** структурно-неоднородность, многосвязность, оболочка, пластина, вариационный принцип, взаимодействия, деформируемость, уравнения, жидкость.

#### Введение

Разработка единого подхода к решению задач динамики и взаимодействия, многосвязных структурно-неоднородных оболочечных конструкций, представляющих собой произвольную композицию из многослойных оболочек вращения и круговых шпангоутов, а также структурно-неоднородных призматических конструкций, представляющих собой также произвольную композицию из многослойных

цилиндрических оболочек некругового сечения и прямолинейных стрингеров, создание и внедрение соответствующего программного комплекса с высоким уровнем автоматизации всех этапов вычислений, ориентированных на ЭВМ, значительно повышают эффективность проектирования и являются крупной научной проблемой, имеющей большое народно-хозяйственное значение. Решению этой проблемы посвящено настоящее исследование.

Рассмотрим произвольную структурно-неоднородную оболочечную конструкцию. Пусть на каждый оболочечный элемент рассматриваемой конструкции действует распределенные по координатной поверхности нагрузки  $q_1^p, q_2^p, q_3^p$ . Предположим также, что к каждому кольцевому элементу рассматриваемой конструкции приложены приведенные к срединной линии этого элемента внешние нагрузки

Для получения уравнений равновесия конструкции воспользуемся вариационным уравнением Лагранжа:

$$\sum_{p=1}^{N_s} \delta \mathcal{E}_p + \sum_{i=1}^{N_r} \delta \mathcal{E}_i + \sum_{e=1}^{N_e} \delta \mathcal{E}_e - \sum_{p=1}^{N_s} \delta A_p - \sum_{i=1}^{N_r} \delta A_i = 0, \quad (1)$$

где  $\delta \mathcal{E}_p$ - вариация потенциальной энергии деформации  $p$ -го оболочечного элемента;  $\delta \mathcal{E}_i$ - вариация потенциальной деформации  $i$ -го кольцевого элемента;  $\delta \mathcal{E}_e$ - вариация потенциальной деформации  $e$ -й вязкоупругой связи;  $\delta A_p$ - элементарная работа внешних нагрузок, приложенных к  $p$ -ому оболочечному элементу;  $\delta A_i$ - элементарная работа внешних нагрузок, приложенных к  $i$ -му кольцевому элементу.

Введем вектор перемещений  $\vec{U}_p = [u_p, v_p, w_p]$ , компонентами которого являются перемещения точек координатной поверхности  $p$ -го оболочечного элемента в направлениях  $\alpha_1, \alpha_2$  и  $Z$  соответственно, вектор  $\vec{U}_i = [u_i, v_i, w_i, \varphi_i, \varphi_{xi}, \varphi_{zi}]^T$ , обобщенных перемещений срединной линии кольцевого элемента, а также векторы

$$\begin{aligned} V_{He} &= [u_{He} v_{He} \theta_{He} v_{He}]^T, \\ V_{ke} &= [u_{ke} v_{ke} \theta_{ke} v_{ke}]^T \end{aligned} \quad (2)$$

обобщенных перемещений начала и конца вязкоупругой связи с порядковым номером  $e$ .

Тогда согласно [1], после некоторых математических преобразований при независимых вариациях  $\delta U_p$  в координатной поверхности  $p$ -го оболочечного элемента и независимых вариациях  $\delta \Delta_i$  в срединной линии  $i$ -го кольцевого элемента получаем из вариационного уравнения Лагранжа с комплексными коэффициентами систему связанных между собой уравнений равновесия структурно-неоднородных оболочечных конструкций

$$\begin{aligned} L_p + q_p &= 0, \quad (p = 1, 2, \dots, N_s), \quad (i=1, 2, \dots, N_r) \\ L_r^i + \|\theta_i\| f_i \sum_j \sum_s (\xi_{ci}^{ijs} [\bar{\eta}_i^{ijs}] Q_i^{ijs}, \delta \Delta_i) + \\ &+ \sum_j \sum_s (\xi_{ci}^{ijs} [\bar{\eta}_{ci}^{ijs}] N_{ci}^{ijs} \sum_j \sum_s (\xi_{ci}^{ijs} [\bar{\eta}_{ci}^{ijs}] N_{ci}^{ijs}) = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

описывающих совместно с вышеприведенными соотношениями, а также условиями неразрывности перемещений и вышеприведенными соотношениями линейные деформации многосвязных структурно-неоднородных осесимметричных и призматических оболочечных конструкций. Суммирование в уравнениях (3)

ведется по всем оболочечным элементами, примыкающим к  $i$ -ому кольцевому элементу.

В задаче на собственные колебания конструкций решение уравнений (3), ищем в виде

$$U_p = U_p e^{-i\tilde{\omega}\tau}, \quad \Delta_i = \Delta_i e^{-i\tilde{\omega}\tau}$$

Здесь  $\tilde{\omega}$  - комплексное значение частоты колебаний, действительная часть которого  $\omega_R$  представляет частоту собственных колебаний,  $\omega_I$ - коэффициент демпфирования. Уравнения собственных колебаний конструкций, соответственно, будут иметь вид:

$$\begin{aligned} L_p + q_p + \tilde{\omega}^2 [\bar{\rho}_p] U_p + \Delta p = 0 \quad (p=1, 2, \dots, N_s), \\ L_r^i + \|\theta_i\| f_{i0} + \tilde{\omega}^2 [G_\omega] \Delta_i + \\ + \sum_j \sum_s (\xi_{ci}^{ijs} [\bar{\eta}_i^{ijs}] Q_i^{ijs} \sum_j \sum_s (\xi_{ci}^{ijs} [\bar{\eta}_{ci}^{ijs}] N_{ci}^{ijs}) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$(i=1, 2, \dots, N_r)$

Значения  $\tilde{\omega}^*$ , при которых существует нетривиальное решение системы с комплексными коэффициентами, являются комплексными значениями собственных частот колебаний рассматриваемых структурно-неоднородных оболочечных конструкций.

Для решения поставленной задачи разработан алгоритм и программный комплекс, а также проводится оценка практической сходимости предлагаемых алгоритмов, основанная на сравнении имеющихся в литературе результатов решения тестовых задач и результатов других решений, полученных в рамках разработанных методик, а также с результатами, распространенными на комплексную арифметику.

Для определения давления  $\Delta p$ , входящий в (4) будем использовать линеаризованный интеграл Лагранжа- Коши

$$\Delta p(x, R, \beta, t) = -\rho_0 \left[ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + jx \right], \quad (5)$$

где  $\Phi$  - потенциал смещений частиц жидкости при ее возмущенном движении;  $j$  - ускорение поля массовых сил. Потенциал смещений  $\Phi$  должен быть решением в следующей краевой задаче:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial R} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \beta^2} = 0; \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial R} = w(x, \beta, t) \text{ при } R = R_0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \text{ при } x = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + j \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \text{ при } x = h$$

Здесь  $\Phi$  - потенциал смещений частиц жидкости;  $\rho_0$ -плотность жидкости.

Для собственных колебаний с частотой  $\omega$  функции  $u, v, w$  и  $\Phi$ , учитывая условия их периодичности по  $\beta$ , можно представить в форме:

$$\begin{aligned} u(x, \beta, t) &= e^{i\omega t} \sum_{m=0}^{\infty} u_m(x) \cos m\beta; \\ v(x, \beta, t) &= e^{i\omega t} \sum_{m=0}^{\infty} v_m(x) \end{aligned} \quad (8)$$

Введем безразмерные переменные и безразмерные параметры:

$$\begin{aligned} \alpha = \frac{x}{R_0}; \quad r = \frac{R}{R_0}; \quad \tau_1 = \frac{h}{R_0}; \quad \tau = \frac{1}{R_0}; \quad \varepsilon = \frac{h}{l} = \frac{\tau_1}{\tau}; \\ c^2 = \frac{1}{12} \left( \frac{\delta}{R_0} \right)^2; \quad \lambda^2 = \frac{\rho R_0^2 (1-\mu^2)}{E} \omega^2; \quad \eta = \frac{j \rho R_0 (1-\mu^2)}{E}; \end{aligned}$$

## Impact Factor:

<b>ISRA (India)</b>	<b>= 4.971</b>	<b>SIS (USA)</b>	<b>= 0.912</b>	<b>ICV (Poland)</b>	<b>= 6.630</b>
<b>ISI (Dubai, UAE)</b>	<b>= 0.829</b>	<b>РИИЦ (Russia)</b>	<b>= 0.126</b>	<b>PIF (India)</b>	<b>= 1.940</b>
<b>GIJ (Australia)</b>	<b>= 0.564</b>	<b>ESJI (KZ)</b>	<b>= 8.716</b>	<b>IBI (India)</b>	<b>= 4.260</b>
<b>JIF</b>	<b>= 1.500</b>	<b>SJIF (Morocco)</b>	<b>= 5.667</b>	<b>OAJI (USA)</b>	<b>= 0.350</b>

$$a = \frac{\rho_0 R_0}{\rho \delta} \quad (9)$$

А также безразмерные коэффициенты жесткостей  $\beta_1$ , связанные с исходными значениями жесткостей  $c_1$  соотношениями:

$$c_u = \frac{E}{1-\mu^2} \frac{\delta}{R_0} \frac{\beta_u}{1-\beta_u}; \quad c_v = \frac{E}{2(1+\mu)} \frac{\delta}{R_0} \frac{\beta_v}{1-\beta_v};$$

$$c_w = \frac{E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{\delta}{R_0}\right)^3 \frac{\beta_w}{1-\beta_w};$$

$$c_\psi = \frac{E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{\delta}{R_0}\right)^3 R_0^2 \frac{\beta_\psi}{1-\beta_\psi} \quad (10)$$

Как следует из формул (10), безразмерные коэффициенты жесткостей  $\beta_1$  могут меняться в пределах  $0 \leq \beta_1 \leq 1$ , что соответствует переходу до абсолютно жесткого закрепления в рассматриваемом направлении.

$$\Phi_m(\alpha, r) = -R_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\varepsilon_{mn}} - \frac{\lambda^2 sh \xi_{mn}(\varepsilon - \alpha) - \eta ch \xi_{mn}(\varepsilon - \alpha)}{\lambda^2 ch \xi_{mn}(\varepsilon) - \eta sh \xi_{mn}(\varepsilon)} Z_{mn}^{(r)} \int_b^1 W_m(s) Z_{mn}(s) ds. \quad (12)$$

Здесь  $\varepsilon_{mn}$ -корни уравнения

$$J'_m(\xi b) N'_m(\xi) - J'_m(\xi) N'_m(b \xi) = 0. \quad (13)$$

Задача (11) может быть непосредственно решена методом разделения переменных. В результате обычных преобразований уравнения (9) сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка

$$\frac{d^2 \Phi_{mn}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d \Phi_{mn}}{dr} + \left(1 - \frac{m^2}{r^2}\right) \Phi_{mn} = 0. \quad (14)$$

Первые шесть корней уравнения (13) приведена в таблице 1.

Из теории Бесселевых функций следует, что выражение

После подстановки (8) в (6), (7) с учетом (9) найдем, что функции  $\Phi_m$  при  $m \geq 1$  должны удовлетворять следующим уравнениям и граничным условиям:

$$\frac{\partial^2 \Phi_m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi_m}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi_m}{\partial x^2} - \frac{m^2}{r^2} \Phi_m = 0;$$

$$\frac{\partial \Phi_m}{\partial r} = R_0 W_m(\alpha) \text{ при } r=1; \quad \frac{\partial \Phi_m}{\partial \alpha} = 0 \text{ при } \alpha=0; \quad (11)$$

$$-\lambda^2 \Phi_m + \eta \frac{\partial \Phi_m}{\partial \alpha} = 0 \text{ при } \alpha = \tau_1, \text{ где } \lambda^2 = \frac{\rho \delta R_0^4 \omega^2}{D};$$

$$\eta = \frac{\rho \delta R_0^3 j}{D}.$$

После некоторых вычислений получим выражение для  $\Phi_m(\alpha, r)$

$$\Phi_{mn} = Z_{mn}(z)$$

является решением поставленной задачи.

При этом функция  $Z_v(z)$  означает любую из функции  $J_v(z), N_v(z), H_v^{(1)}(z), H_v^{(2)}(z)$  или линейную комбинацию этих функций с постоянными коэффициентами.

В формулах (11) использовались следующее обозначения:

$$Z_{mn}(r) = 0.5 (J_m(\xi_{mn} r) N'_m(\xi_{mn}) H_m(\xi_{mn} r) J'_m(\xi_{mn})) \quad (15)$$

$$N_{mn}^2 = \frac{\pi \xi_{mn} (\xi_{mn}^2 - m^2 - (\xi_{mn}^2 b - m^2) Z_{mn}(b))}{2 \xi_{mn}^2} \quad (16)$$

Таблица №1.

	1	2	3	4	5	6
b=1,2	15,7	31,4	47,12	62,83	78,54	94,25
b=1,5	6,27	12,56	18,84	25,13	31,41	37,70
b=2	3,12	6,27	9,42	12,56	5,7	18,84
b=1,2	15,73	31,42	47,13	62,84	78,54	94,25
b=1,5	6,32	12,59	18,86	25,14	31,42	37,70
b=2	3,19	6,31	9,44	12,58	15,70	18,86
b=1,2	15,81	31,47	47,16	62,86	78,56	94,26
b=1,5	6,47	12,67	18,92	25,18	31,46	37,73
b=2	3,41	6,43	9,52	12,64	15,77	18,90

Следует отметить, что при решении рассматриваемой задачи может быть использована безмоментная теория оболочек. Однако при этом существенных упрощений в решении рассматриваемой задачи приближенной безмоментной теории не дает по сравнению с обычной безмоментной теорией.

Приведем результаты расчетов частот собственных колебаний цилиндрической оболочки, которой отвечают следующие значения безразмерных параметров:

$$\frac{l}{R_0} = 6.06; \quad \frac{R_0}{\delta} = 150 \quad a = 19.2; \quad \eta = 0.12610^{-7};$$

$$\mu = 0.29.$$

## Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971  
ISI (Dubai, UAE) = 0.829  
GIF (Australia) = 0.564  
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912  
РИИЦ (Russia) = 0.126  
ESJI (KZ) = 8.716  
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630  
PIF (India) = 1.940  
IBI (India) = 4.260  
OAJI (USA) = 0.350

При расчете варьировалась число волн  $m$  упругой поверхности оболочки в окружном направлении и глубина жидкости  $\varepsilon$ .

На рис.1 приведены графики изменения первых четырех безразмерных собственных частот

упругих колебаний, для нескольких чисел  $m$ , в зависимости от уровня заполнения  $\varepsilon$ , при шести уровнях заполнения.

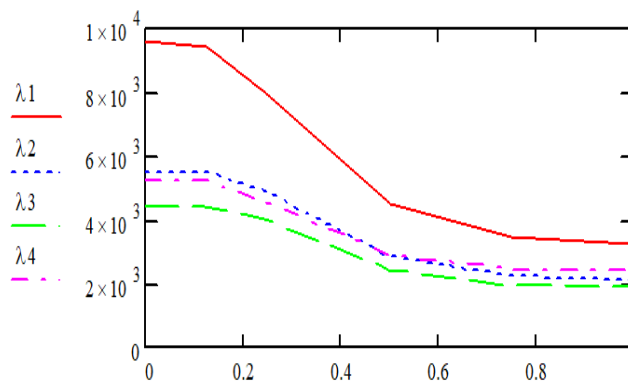


Рис.1. Графики изменения собственных частот (заземленная цилиндрическая оболочка) в зависимости от уровня заполнения  $\varepsilon$ .

Причем полученные графики отвечает заземленной оболочки. Аналогичные графики

построены, соответственно (рис.2-3) для опертой и консольной цилиндрических оболочек.

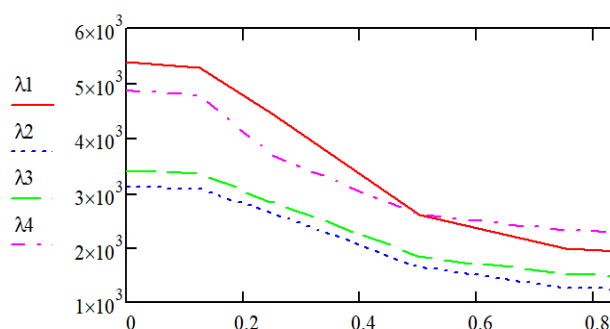


Рис.2. Графики изменения собственных частот (опертая цилиндрическая оболочка) в зависимости от уровня заполнения  $\varepsilon$ .

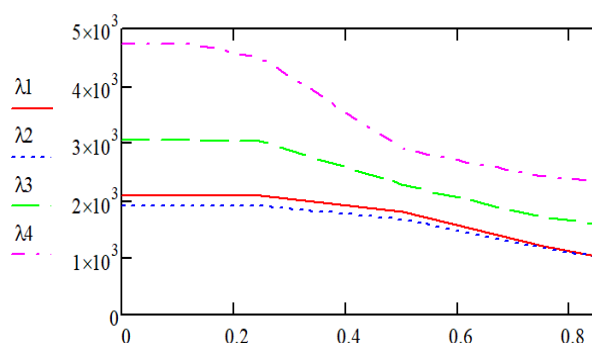


Рис.3. Графики изменения собственных частот (консольная цилиндрическая оболочка) в зависимости от уровня заполнения  $\varepsilon$ .

Установлено, что при частичном заполнении оболочки с жидкостью для фиксированного значения числа  $m$  частоты консольной балки могут быть больше соответствующих частот опертой оболочки. Однако для заполненной целиком оболочки при фиксированном  $m$ , также как в

случае оболочки без жидкости всегда выполняется условие

В качестве второго примера рассмотрим собственные колебания сферической оболочки частично заполненной жидкостью.

## Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971  
 ISI (Dubai, UAE) = 0.829  
 GIF (Australia) = 0.564  
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912  
 ПИИЦ (Russia) = 0.126  
 ESJI (KZ) = 8.716  
 SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630  
 PIF (India) = 1.940  
 IBI (India) = 4.260  
 OAJI (USA) = 0.350

Разработка метода расчета динамических характеристик сферических оболочек, широко применяющихся в гидротехнических сооружениях, имеет большое практическое значение.

Рассмотрим достаточно общий метод определения динамических характеристик упругих сферических оболочек, частично заполненных жидкостью, с учетом произвольных граничных условий, переменности толщины стенок и

произвольного уровня заполнения (4). На этом рисунке представлена сферическая оболочка, частично заполненная жидкостью. Обозначим область, занятую жидкостью, через  $Q$ , смоченную поверхность оболочки-через  $S_0$  свободную поверхность жидкости-через, а внешнюю нормаль к срединной поверхности оболочки-через  $n$ .

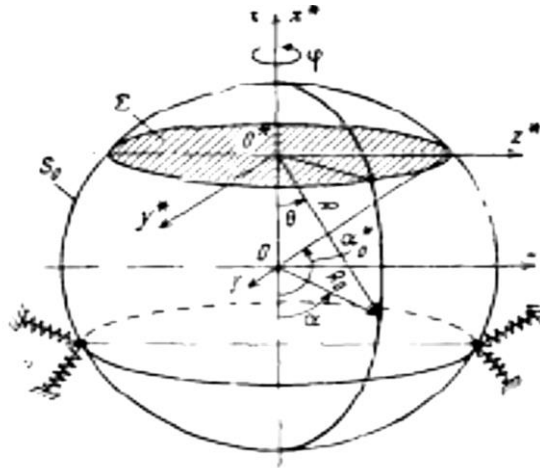


Рис.4. Сферическая оболочка, частично заполненная жидкостью.

Уравнения колебаний сферической оболочки, частично заполненной жидкостью, и соответствующие граничные условия можно получить с учетом возможных перемещений по методике, приведенной в работе [10]:

При этом упрощённые решения задачи о колебаниях сферической, частично заполненной жидкостью, с целью получения приближенных численных результатов может быть достигнуто различными путями. Например:

1. Определение гидродинамические силы из решения приближенных краевых задач.
2. Построение приближенных решений уравнений колебаний оболочки с жидкостью.
3. Использование более простых вариантов теории сферических оболочек.

В качестве давление жидкости на сферическую оболочку примем приближенное выражение, полученное в [10]

$$\Phi = \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k \frac{1}{\chi_k^2} \int w \varphi_k ds \quad (17)$$

В том случае, когда возможно разделения переменных,  $\varphi_k$ ,  $\chi_k$  определяются в явном виде.

$$\varphi_k = \frac{1}{R_0} \sqrt{\frac{1}{\pi h} \frac{I_0(\beta_k r)}{I_0(\beta_k)}}; \quad \chi_k^2 = \beta_k \frac{I_1(\beta_k)}{I_0(\beta_k)}, \quad (18)$$

где  $r = R/R_0$ ;  $h = H/R_0$ ;  $\alpha = x/R_0$ ;  $\beta_k = \frac{2k-1}{2h} \pi$ ;  $R_0$  – радиус срединной поверхности;  $H$  – уровень жидкости;  $I_0, I_1$  – функции Бесселя.

В частности, для определения колебаний оболочки, заполненной жидкостью, получим:

$$L_{11}(u_1) + L_{12}(u_2) + L_{13}(w) = \rho \delta \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + F_i(\alpha, \beta, t), \quad i = 1, 2;$$

$$L_{31}(u_1) + L_{32}(u_2) + L_{33}(w) = \rho \delta \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \rho_0 R_0 \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k \frac{1}{\chi_k^2} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right] \varphi_k ds + F_3(\alpha, \beta, t), \quad (19)$$

где  $L_{ij}$  – известные дифференциальные операторы, используемые в теории оболочек [2];  $\rho, \rho_0$  – массовые плотности материала оболочки и жидкости;  $R_0$  – характерный размер оболочки;  $u_i, w$  – касательные и нормальное перемещения;  $\alpha, \beta$  – ортогональные координаты, определяющие положения произвольной точки на срединной поверхности;  $n$  – внешняя нормаль к этой поверхности;  $F_i, F_3$  – внешние силы, действующие на оболочку.

Таким образом, поставленная задача гидроупругости оболочек сводится к интегрированию краевых задач (19) с заданными граничными условиями. Краевая задача решается методом сведения краевой задачи к задачам Коши [1], которые интегрируется численным методом.

Для этого в качестве новых неизвестных введем вектор переменных  $Y$ . Тогда уравнение (19) в новых переменных можно записать следующим образом:

## Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971  
 ISI (Dubai, UAE) = 0.829  
 GIF (Australia) = 0.564  
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912  
 ПИИЦ (Russia) = 0.126  
 ESJI (KZ) = 8.716  
 SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630  
 PIF (India) = 1.940  
 IBI (India) = 4.260  
 OAJI (USA) = 0.350

$$\frac{dY}{d\alpha} = \|a_{ij}(\alpha)\|Y + F, \quad i, j = 1, 2, \dots, 8, \quad (20)$$

где  $Y$ -матрица столбец из новых переменных;  $\|a_{ij}(\alpha)\|$  – квадратная матрица, элементы которой известны, если задано контурное уравнение;  $F$  – матрица столбец, ненулевые компоненты которой в нашем случае равны

$$F_6 = -\frac{\lambda^2}{c^2} \frac{A}{R_0} a \frac{\varphi_k}{\chi_k}; \quad c^2 = \frac{\delta^2}{12R_0^3}. \quad (21)$$

Для вычислений, в качестве материала оболочки, был взят сталь, в качестве заполнителя – вода, в качестве характерного размера – радиус оболочки.  $\gamma = 3$ ;  $R/\delta = 100$ ;  $\alpha = 109.2$ ;  $\mu = 0.3$ ;  $\alpha = 0.098$ ;  $\bar{p} = 0.01$ ,

Из анализа полученных численных результатов следует, что форма колебаний сферической оболочки, заполненной жидкостью носит колебательный характер. Амплитуда

колебаний оболочки при изменении уровня ее заполнения возрастают [11,12].

Пусть рассматриваемый элемент гидротехнического сооружения на глубине  $h$  заполнена жидкостью с плотностью  $\rho_0$ . Градиент поля массовых сил считается перпендикулярным продольной оси оболочки. Для определения давления  $\Delta p$  будем использовать линеаризованный интеграл Лагранжа-Коши

$$\Delta p(x, R, \beta, t) = -\rho_0 \left[ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + jx \right], \quad (22)$$

где  $\Phi$  – потенциал смещений частиц жидкости при ее возмущенном движении;  $j$ -ускорение поля массовых сил. Далее основные соотношения совпадает с уравнениями для цилиндрической оболочки

На рис.5 дано изменение форм собственных колебаний сферической оболочки, частично заполненной жидкостью.

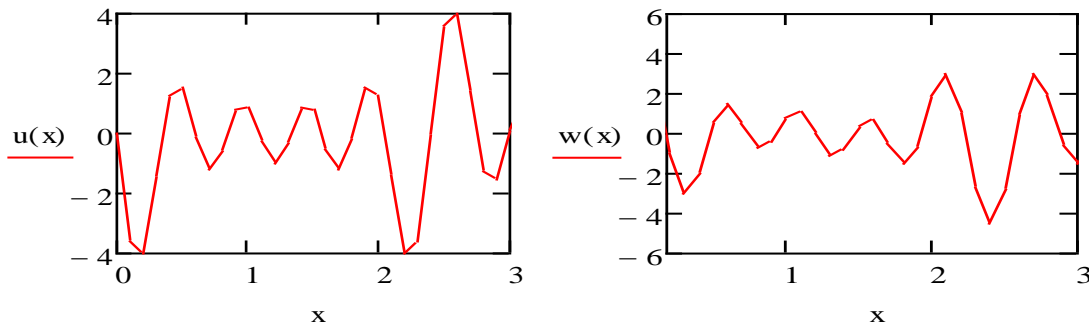


Рис.5. Форма собственных колебаний сферической оболочки, частично заполненной жидкостью.

Введем безразмерные переменные и безразмерные параметры:

$$\alpha = \frac{x}{R_0}; \quad r = \frac{R}{R_0}; \quad \tau_1 = \frac{h}{R_0}; \quad \tau = \frac{1}{R_0}; \quad \varepsilon = \frac{h}{l} = \frac{\tau_1}{\tau};$$

$$c^2 = \frac{1}{12} \left( \frac{\delta}{R_0} \right)^2; \quad \lambda^2 = \frac{\rho R_0^2 (1-\mu^2)}{E} \omega^2;$$

$$\eta = \frac{j\rho R_0 (1-\mu^2)}{E}; \quad a = \frac{\rho_0 R_0}{\rho \delta}, \quad (23)$$

А также безразмерные коэффициенты жесткостей  $\beta_1$ , связанные с исходными значениями жесткостей  $c_1$  соотношениями:

$$c_u = \frac{E \delta \beta_u}{1-\mu^2 R_0 (1-\beta_u)}; \quad c_v = \frac{E \delta \beta_v}{2(1+\mu) R_0 (1-\beta_v)};$$

$$c_w = \frac{E}{12(1-\mu^2)} \left( \frac{\delta}{R_0} \right)^3 \frac{\beta_w}{1-\beta_w};$$

$$c_\psi = \frac{E}{12(1-\mu^2)} \left( \frac{\delta}{R_0} \right)^3 R_0^2 \frac{\beta_\psi}{1-\beta_\psi}. \quad (24)$$

Как следует из формул (24), безразмерные коэффициенты жесткостей  $\beta_1$  могут меняться в пределах  $0 \leq \beta_1 \leq 1$ , что соответствует переходу

до абсолютно жесткого закрепления в рассматриваемом направлении.

Определение частот и форм, собственных не осесимметричных колебаний цилиндрической оболочки, частично заполненной жидкостью, свелось к решению вышеприведенной краевой задачи. Число  $m \geq 1$  следует рассматривать в качестве параметра. Оно характеризует форму собственных колебаний системы “оболочка-жидкость” в окружном направлении и равно половине числа узловых линий срединной поверхности оболочки, параллельных оси  $Ox$ , или числу узловых диаметров свободной поверхности жидкости.

Приведем численные результаты определения собственных частот колебаний и присоединенных масс цилиндрической оболочки, частично заполненной жидкостью. На рис.6 приведены графики изменения первых трех частот колебаний пологой оболочки с параметрами:

$\gamma = 3$ ;  $R/\delta = 100$ ;  $\alpha = 109.2$ ;  $\mu = 0.3$ ;  $\alpha = 0.098$ ;  $\bar{p} = 0.01$ .

## Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

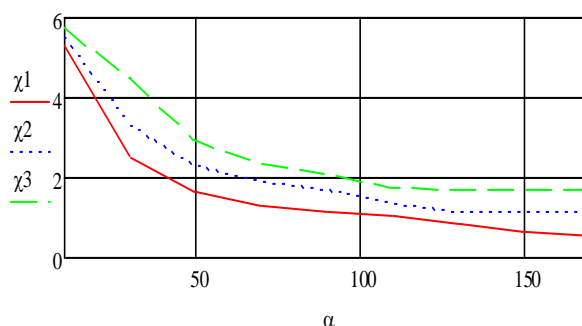


Рис.6. Зависимость значений частот собственных колебаний сферической оболочки от уровня ее заполнения жидкостью

Изменение  $\chi$ , соответствующего первым трем частотам, в зависимости от уровня заполнения при углах закрепления показано на рис.6. При этом положение места закрепления оболочки значительно влияет на низшую частоту колебаний, в то время как высшие частоты изменяются незначительно.

Таким образом, предложена математическая постановка, методика решения и алгоритмов для определения собственных частот цилиндрической и сферической оболочек, являющимися элементами структурно-неоднородных оболочечных конструкций, широко используемые в гидротехнических сооружениях.

## References:

1. Myachenkov, V. I., & Malsev, V. P. (1984). *Metodi i algoritmi rascheta prostranstvennix konstruksiy na EVM*. (p.280). Moscow: Mashinostroyeniye.
2. Mavlanov, T. (1988). Rascheti na prochnost, *Mashinostroyeniye*, 28. pp.186-199.
3. (2015). ASV02-PL. Opredeleniya sobstvennix kolebaniy uprugix osesimmetrichnix obolochechnix konstruksiy. № DGU03350.
4. Karmishin, A. V., Myachenkov, V. I., Lyaskoves, V. A., & Frolov, A. N. (1975). *Statika i dinamika tonkostennix obolochechnix konstruksiy*. (p.375). Moscow: Mashinostroyeniye.
5. Vlasov, B. Z. (1944). Raschet prizmaticheskix tonkostennix obolocek. *Prikl. matem. i mexanika*, 5(8). pp.361-394.
6. Novojilov, V.V. (1962). *Teoriya tonkix obolocek*. (p.431). L.: Sudostroyeniye.
7. Ilyushin, A. A., & Pobedrya, B. Ye. (1970). *Osnovi matematicheskoy teorii termo vyzko uprugosti*, (p.280). Moscow: Nauka.
8. Volmir, A. S. (1972). *Nelineynaya dinamika plastinok i obolocek*. (p.432). Moscow: Nauka.
9. Toshmatov, E. S., Yarashev, J., & Mavlanov, T. (2014). Opredeleniye dinamicheskix xarakteristik strukturno-neodnorodnix prizmaticheskix konstruksiy. *Sbornik materialov mejdunarodnoy nauchno-texnicheskoy konferensii: «Sovremenniye materiali, texnika i texnologii v mashinostroyenii»*. Andijan: pp.115-118.
10. Yarashov, J. A., Toshmatov, E., Yuldashova, Sh. B., & Sulonov, S. (2015). Ob odnom metode dinamicheskogo rascheta obolochechnix elementov gidrotexnicheskix sooruzeniy s uchetom davleniye jidkosti. *“Qishloq va suv xo’jaligining zamonaviy muammolari” mavzusidagi iqtidorli talabalar, magistrantlar va yosh olimlarning XIV-ilmii amaliy anjumani maqolalar tuplami*. TIMI, Toshkent pp.356-359.
11. Safarov, I. I., & Kulmuratov, N. R. (2018). Oscillations of curved pipeline under the action of variable internal pressure. *Word Journal of Engineering Research and Technology WJRET*, 6(4). pp.125-139.
12. Safarov, I. I., Kuldashov, N. U., & Kulmuratov, N. R. (2019). Interaction of Harmonic Wayes on A Viscoelastic Cylindrical Sheli. *Advanse Research Journal of Multisciplinary Discoveries*, 1(37). pp.1-10.