

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
PIIHU (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)

International Scientific Journal Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2020 Issue: 04 Volume: 84

Published: 21.04.2020 <http://T-Science.org>

QR – Issue



QR – Article



S. U. Zhanatauov

Noncommercial joint-stock company "Kazakh national agrarian university"
Academician of International Academy of Theoretical and Applied Sciences (USA),
Professor, Candidate of physics and mathematical sciences,
Department «Information technologies and automatization», Kazakhstan
sapagtu@mail.ru

MODELING OF REDUNDANCY -CANONICAL VARIABLES WITH VARIOUS DISPERSIONS

Abstract: The problem is solved in the article: for the given 5 matrices of eigenvectors of different dimensions (they were calculated using real data [6-10]), find 2 matrices A^{+}_{qp} , B^{+}_{pp} of eigenvectors containing all indicators from 5 matrices of eigenvectors C_{nn} [2- 6], the diagonal matrix $A^{+}_{pp} = \text{diag}(\lambda^{+}_{1}, \dots, \lambda^{+}_{p})$, $\lambda^{+}_{1} > \dots > \lambda^{+}_{p} > 0$, $\lambda^{+}_{1} + \dots + \lambda^{+}_{p} = p$, $q+p = n$, $p \leq q$ for the matrices A^{+}_{qp} , B^{+}_{pp} , 2 matrices U_{mp} and V_{mp} of the values of bi-orthogonal semantic excess-canonical variables with different variances: $(1/m)U^{T}U = A_{pp}$, $(1/m)V^{T}V = A_{pp}$, $(1/m)U^{T}V = A^{+2}_{pp} = \text{diag}(\lambda^{+2}_{1}, \dots, \lambda^{+2}_{p})$, $\lambda^{+2}_{1} > \dots > \lambda^{+2}_{p} > 0$. It is necessary to find the values of the elements of 2 model submatrices Z_{mq} , Z_{mp} matrix $Z_{mn} = [Z_{mq}/Z_{mp}]$, consisting of $m = 44$ values of $n = 6 + 6 = 12$ z-variables.

Key words: reasonable redundancy -canonical variables, knowledge indicators.

Language: Russian

Citation: Zhanatauov, S. U. (2020). Modeling of redundancy -canonical variables with various dispersions. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 04 (84), 475-492.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-04-84-83> **Doi:** <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2020.04.84.83>

Scopus ASCC: 2604.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗБЫТОЧНО-КАНОНИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ С РАЗЛИЧНЫМИ ДИСПЕРСИЯМИ

Аннотация: В статье решена задача: для заданных 5 матриц собственных векторов разных размерностей (они вычислены по реальным данным [6-10]) найти 2 матрицы A^{+}_{qp} , B^{+}_{pp} собственных векторов, содержащих все индикаторы из 5 матриц собственных векторов C_{nn} [2-6], диагональную матрицу $A^{+}_{pp} = \text{diag}(\lambda^{+}_{1}, \dots, \lambda^{+}_{p})$, $\lambda^{+}_{1} > \dots > \lambda^{+}_{p} > 0$, $\lambda^{+}_{1} + \dots + \lambda^{+}_{p} = p$, $q+p = n$, $p \leq q$ для матриц A^{+}_{qp} , B^{+}_{pp} , 2 матрицы U_{mp} и V_{mp} значений би-ортогональных смысловых избыточно-канонических переменных с различными дисперсиями: $(1/m)U^{T}U = A_{pp}$, $(1/m)V^{T}V = A_{pp}$, $(1/m)U^{T}V = A^{+2}_{pp} = \text{diag}(\lambda^{+2}_{1}, \dots, \lambda^{+2}_{p})$, $\lambda^{+2}_{1} > \dots > \lambda^{+2}_{p} > 0$. Требуется найти значения элементов 2-х модельных подматриц Z_{mq} , Z_{mp} матрицы $Z_{mn} = [Z_{mq}/Z_{mp}]$, состоящей из $m = 44$ значений $n = 6 + 6 = 12$ z-переменных.

Ключевые слова: смысловые избыточно-канонические переменные, индикаторы знаний.

Введение

Метод избыточных переменных изложен в статье [1], метод канонических переменных изложен в статье [2], метод избыточно-канонических переменных с одинаковыми дисперсиями (Прямая Модель АИКП) – в статье [3]. Избыточно-канонические переменные – результат последовательного преобразования матриц z-переменных методами избыточных, канонических

переменных. Индексы избыточностей 4 пар множеств переменных исследованы в терминах RV-коэффициентов в статье [4].

Здесь излагается Обратная Модель Анализа Избыточно-Канонических Переменных (ОМ АИКП) с различными дисперсиями. В статье [5] мы сформировали новую структурную матрицу (Таблица 5 [5]) и провели моделирование рассматриваемых ниже матричных объектов.

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
 ISI (Dubai, UAE) = 0.829
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 0.126
 ESJI (KZ) = 8.716
 SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

Результаты указанного моделирования нас не удовлетворяют из-за несоответствия 2-х множеств дисперсий u - и v -переменных: $(1/m)U^T U = \Lambda^{(1)}_{pp}, (1/m)V^T V = \Lambda^{(2)}_{pp}$. Ниже удалось устранить эту асимметричность алгебраических свойств матриц U_{mq} и V_{mp} .

В ПМ АИКП [1] решается ПСЗ (однородная спектральная задача) вида $(\Psi_{12}\Psi_{21} - \Lambda^2)A_{qp} = 0_{pp}$ для известной симметрической матрицы $\Psi_{12}\Psi_{21}$. решением ПСЗ является пара матриц (Λ^2_{pp}, A_{qp}) , где $\Lambda^2_{pp} = \text{diag}(\lambda^2_1, \dots, \lambda^2_p)$ – матрица положительных собственных чисел, A_{qp} – матрица собственных векторов $a_j = (a_{1j}, \dots, a_{qj})^T, j=1, \dots, p$. Пара матриц (Λ_{pp}, A_{qp}) и матрицы Λ_{pp}, A_{qp} определяют другую матрицу B_{pp} собственных векторов $b_j = (b_{1j}, \dots, b_{pj})^T, j=1, \dots, p$, равную $B_{pp} = \Lambda^{-1}\Psi_{21}A_{qp}$, при этом для матриц $A_{qp}, B_{pp}, \Lambda_{pp}$ верны равенства $A_{qp}\Psi_{12}B_{pp} = \Lambda_{pp}, A^T A = I_{pp}, B^T B = I_{pp}$. Заметим: здесь отсутствуют равенства $AA^T = I_{qq}, BB^T = I_{pp}$, т. е. матрицы ортогональны, но не ортонормированы. В нашей обратной задаче мы введем это условие ортонормированности (смотрим ниже).

Образуется 2-ая пара матриц $(\Lambda^+_{pp}, B^+_{pp})$, для которых верны равенства: $B^+_{pp}B_{pp} = I_{pp}, V_{mp} = Z_{mp}B_{pp}, (1/m)V^T V = I_{pp}$ (в обратной задаче: $(1/m)V^T V = \Lambda_{pp}$). Для матрицы A_{qp} , верны равенства: $U_{mp} = Z_{mq}A_{qp}, B_{pp} = \Lambda^{-1}\Psi_{21}A_{qp}$, где $(1/m)U^T U = I_{pp}$ (в обратной задаче: $(1/m)U^T U = \Lambda_{pp}$). Матрица z -переменных $\{z_1, \dots, z_q\}$ Z_{mq} и матрица z -переменных $\{z_{q+1}, \dots, z_{q+p}\}$ Z_{mp} преобразуются в матрицы би-ортогональных u - и v -переменных: $U_{mp} = Z_{mq}A^+_{qp}, V_{mp} = Z_{mp}B^+_{pp}, (1/m)U^T V = \Lambda^2_{pp} = \text{diag}(\lambda^2_1, \dots, \lambda^2_p)$.

В обратной задаче моделируются A^+_{qp}, B^+_{pp} , удовлетворяющие ОСЗ видов $(Q_{qq} - \Lambda^2)A_{qp} = 0_{qp}, (S_{qp} - \Lambda^2)B_{pp} = 0$ для неизвестных симметрических матриц Q_{qq}, S_{qp} . Так как решаются ОСЗ для симметрических матриц Q_{qq}, S_{qp} , то матрицы A^+_{qp}, B^+_{pp} могут быть, в частности, ортонормированными. А при ортонормированном преобразовании стандартизованных матриц Z_{mq} и Z_{mp} получаемые матрицы $U_{mp} = Z_{mq}A_{qp}$ и $V_{mp} = Z_{mp}B_{pp}$ будут удовлетворять соотношениям ПМ ГК. Матрицы U_{mp} и V_{mp} будут матрицами главных компонент, будут иметь неодинаковые дисперсии $\lambda_1, \dots, \lambda_p$. Но матрицы Z_{mq} и Z_{mp} будем получать из матриц избыточно-канонических, умноженных на диагональную матрицу $\Lambda_{pp} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$, а при ортонормированном преобразовании каждая из матриц u - и v -переменных должна быть не ортогональной, а диагональной: $(1/m)U^T U = \Lambda_{pp}, (1/m)V^T V = \Lambda_{pp}, (1/m)U^T V = \Lambda^2_{pp} = \text{diag}(\lambda^2_1, \dots, \lambda^2_p)$. Моделирование 2-х матриц U_{mp}, V_{mp} би-ортогональных избыточно-канонических переменных производится при решении отдельной ОЗ с входным объектом $\Lambda_{pp} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$. Эта Оптимизационная Задача 3 решается после получения модельных пар матриц $(A_{qp}, \Lambda^2_{pp}), (B_{pp}, \Lambda^2_{pp})$ в результате решений

Оптимизационной Задачи 1: $(A_{qp}, \Lambda^2_{pp}) \Rightarrow (A^+_{qp}, \Lambda^2_{pp})$, и Оптимизационной Задачи 2: $(B_{pp}, \Lambda^2_{pp}) \Rightarrow (B^+_{pp}, \Lambda^2_{pp})$ при начальных значениях элементов матриц A_{qp}, B_{pp} с включенными в нее заданными фиксированными значениями индикаторов извлекаемых знаний (Таблица 1, Таблица 2). В обратной задаче важны 2 матрицы собственных векторов A^+_{qp}, B^+_{pp} – матрицы индикаторов извлекаемых знаний [5]. Элементы диагональной матрицы Λ^2_{pp} моделируются одновременно с элементами матрицы собственных векторов A^+_{qp} . Диагональная матрица Λ^2_{pp} является входным объектом Оптимизационной Задачи 2: $(B_{pp}, \Lambda^2_{pp}) \Rightarrow (B^+_{pp}, \Lambda^2_{pp})$.

Матрица B^+_{pp} является матрицей собственных векторов неизвестной симметрической матрицы $Q^T_{pp} = Q_{pp}$ полного ранга. Но они существуют в обратной задаче совместно со своими парами: $(\Lambda^2_{pp}, A^+_{qp}), (\Lambda_{pp}, B^+_{pp})$.

Матрица B^+_{pp} моделируется зависимым от спектра $\Lambda^2_{pp} = \text{diag}(\lambda^2_1, \dots, \lambda^2_p)$, а спектр $\Lambda^2_{pp} = \text{diag}(\lambda^2_1, \dots, \lambda^2_p)$ моделируется совместно с матрицей A^+_{qp} . Спектр $\Lambda^2_{pp} = \text{diag}(\lambda^2_1, \dots, \lambda^2_p)$ имеет доминирующие элементы $\lambda^2_1, \dots, \lambda^2_\ell$ ($\lambda_1, \dots, \lambda_\ell$), $\ell=3$, а наша рассматриваемая ниже матрицы собственных векторов A^+_{qp}, B^+_{pp} преобразуют матрицы U_{mp} (в дальнейшем она будет равна $Z_{mq}A_{qp}$ и V_{mp} (в дальнейшем она будет равна $Z_{mp}B_{pp}$) в стандартизованные матрицы Z_{mq} и Z_{mp} . Матрица U_{mp} моделируется в зависимости от диагональной матрицы $\Lambda_{pp} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$, $\lambda_1 > \dots > \lambda_p > 0$, исходя из имеющейся матрицы U_{mp} такой что $(1/m)U^T U = I_{pp}$, далее она преобразуется так, что удовлетворяет равенству $\Lambda_{pp} = (1/m)U^T U$. При этом матрица U_{mp} ортогональных избыточно-канонических переменных умножается справа на диагональную матрицу $\Lambda^{1/2}_{pp}$, этим мы преобразуем одинаковые дисперсии u -переменных в различные дисперсии, не меняя сумму дисперсий ($=p$). Матрица U_{mp} ортогональных избыточно-канонических переменных преобразуется в матрицу главных компонент. Наивысшую роль в нашей модели играют матрицы собственных векторов $A^+_{66} B^+_{pp}$ из соотношений $(\Psi_{12}\Psi_{21})A^+_{qp} = \Lambda^2 A^+_{qp}, Q_{pp}B^+_{pp} = \Lambda^2 B^+_{pp}, Q^T_{pp}Q_{pp} = I_{pp}$, где матрицы $\Psi_{12}\Psi_{21}, Q_{pp}$ – неизвестные симметрические матрицы, имеющие нужные нам матрицы $(\Lambda^2_{pp}, A^+_{qp}), (\Lambda^2_{pp}, B^+_{pp})$. Матрицы собственных векторов $A^+_{66} B^+_{pp}$ содержат индикаторы извлекаемых знаний, они преобразуют матрицы U_{mp} и V_{mp} . Учитывая наивысшую роль матриц $A^+_{66} B^+_{pp}$ из ПМ АИКП назовем ортогональные избыточно-канонические u -переменные **главными избыточно-каноническими переменными**. А матрицу V_{mp} мы моделируем матрицу V_{mp} , решая Оптимизационную Задачу 4. В ОЗ4 входными

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

объектами являются (Λ_{pp}, U_{mp}) выходным объект матрица V_{mp} такая, что удовлетворяет равенству $\Lambda_{pp} = (1/m)V^T V$, $(1/m)U^T V = \Lambda^2_{pp} = \text{diag}(\lambda^2_1, \dots, \lambda^2_p)$. При этом матрица V_{mp} будет также матрицей **главных** ортогональных избыточно-канонических переменных. Так как A^+_{qp} B^+_{pp} являются матрицами индикаторов извлекаемых знаний (смыслов), то лучше называть **смысловыми избыточно-каноническими переменными**.

Полученные матрицы U_{mp} , A^+_{qp} , V_{mp} , B^+_{pp} , Λ_{pp} удовлетворяют соотношениям ПМ АИКП Схематически ПСЗ $(\Psi_{12}\Psi_{21})A_{qp} = \Lambda^2 A_{qp}$ обозначается так: $\Psi_{12}\Psi_{21} \Rightarrow (\Lambda^2, A_{qp})$. Входным объектом ПСЗ является симметрическая $q \times q$ -матрица $(\Psi_{12}\Psi_{21})$, а ее выходными объектами являются матрица собственных чисел $\Lambda^2_{pp} = \text{diag}(\lambda^2_1, \dots, \lambda^2_p)$ и матрица A_{qp} ортогональных собственных векторов $a_j = (a_{1j}, \dots, a_{qj})^T$, $j=1, \dots, p$. Входной объект ПСЗ - матрица $\Psi_{12}\Psi_{21}$, является квадратной симметрической матрицей: $(\Psi_{12}\Psi_{21})^T = \Psi_{12}\Psi_{21}$, а ее решение – пара матриц (Λ^2, A_{qp}) таковы, что выполняются равенства: $(\Psi_{12}\Psi_{21})A_{qp} = \Lambda^2 A_{qp}$, $\Lambda_{pp} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$, $\lambda_1 > \dots > \lambda_p > 0$. Матрица A_{qp} является ортогональной матрицей. Модельные матрицы A_{qp} и B_{pp} должны иметь алгебраические свойства ортогональных матриц: $A^T A = I_{pp}$, $B^T B = I_{pp}$. Модельная подматрица $U_{mp} = Z_{mq} A_{qp}$, должна быть вычислена с применением матрицы A_{qp} , а матрица B^+_{pp} должна быть матрицей собственных векторов неизвестной симметрической матрицы и соответствовать своей матрице собственных чисел $\Lambda_{pp} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$: $Q_{pp} B^+_{pp} = \Lambda_{pp} B^+_{pp}$, $B^{+T}_{pp} B^+_{pp} = B^+_{pp} B^{+T}_{pp} = I_{pp}$. $Q_{pp} = Q^T_{pp}$ – неизвестная симметрическая матрица полного ранга.

Модельная подматрица $V_{mp} = Z_{mp} B_{pp}$ – с избыточно применением матрицы B_{pp} . Матрицы U_{mp} и $V_{mp} = Z_{mp} B_{pp}$ имеют свойства: $[(1/m)U^T U = I_{pp}$, $(1/m)V^T V = I_{pp}$, $(1/m)U^T V = \Lambda_{pp} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$. Схематически эта последовательность этапов выглядит так: $(A_{qp}, \Lambda^2_{pp} \rightarrow A^+_{qp}; (B_{pp}, \Lambda^2_{pp}) \rightarrow (B^+_{pp}); (A^+_{qp}, B^+_{pp}) \rightarrow (U_{mp}, V_{mp}); (U_{mp}, V_{mp}) \rightarrow (Z_{mq}, Z_{mp})$. Здесь матрицы A_{qp}, B_{pp} содержат небольшое число индикаторов $|c_{ki}| \geq c_0$, извлеченных знаний из 5 соответствующих матриц собственных векторов C_{mn} [2-6]. Когнитивные модели извлечения знаний из 5 реальных телекоммуникационным данным описаны в статьях [2-6]. В настоящей работе индикаторы из 5 матриц объединены в отдельные 2 матрицы A_{qp} , B_{pp} (они преобразовываются в матрицы A^+_{qp}, B^+_{pp}) и приобретают новые статусы «извлекаемых» других знаний, теперь соответствующих разнородным реальным данным из 5 таблиц [2-6].

В ПЗ АИКП [7] предполагается известной квадратная симметрическая матрица $(\Psi_{12}\Psi_{21})^T = \Psi_{12}\Psi_{21}$. И ОЗ АИКП эта матрица неизвестна, в ней мы не нуждаемся. Схематически

последовательность этапов в ПМ АИКП [1-5] $\Psi_{12}\Psi_{21} \rightarrow (A_{qp}, \Lambda^2_{pp}) \rightarrow (A_{qp}, \Lambda_{pp}) \rightarrow (B_{pp}); (A_{qp}, B_{pp}) \rightarrow (U_{mp}, V_{mp})$. Этапа $(U_{mp}, V_{mp}) \rightarrow (Z_{mq}, Z_{mp})$ В ПЗ АИКП нет. Схема ОЗ АИКП $(A_{qp}, \Lambda^2_{pp} \rightarrow A^+_{qp}; (B_{pp}, \Lambda^2_{pp}) \rightarrow (B^+_{pp}); (A^+_{qp}, B^+_{pp}) \rightarrow (U_{mp}, V_{mp}); (U_{mp}, V_{mp}) \rightarrow (Z_{mq}, Z_{mp})$ длиннее одним этапом: $(U_{mp}, V_{mp}) \rightarrow (Z_{mq}, Z_{mp})$.

Преобразование пары u- и v-переменных в пару множеств z-переменных на этапе $(U_{mp}, V_{mp}) \rightarrow (Z_{mq}, Z_{mp})$ необходимо для получения модельных числовых данных Z_{mq}, Z_{mp} . Эти матрицы данных Z_{mq}, Z_{mp} имеют 2 матрицы A^+_{qp}, B^+_{pp} индикаторов извлеченных знаний. Извлеченные знания и их когнитивные модели извлечения изложены в статьях [1-5]. Главной целью постановки ОЗ АИКП является соединение матриц индикаторов ранее извлеченных разных знаний в одну матрицу индикаторов. И найти для них соответствующую пару матриц Z_{mq} и Z_{mp} : $Z_{mn} = [Z_{mq}, Z_{mp}]$.

Рассмотрим ОЗ АИКП с неизвестной квадратной симметрической матрицей: $(\Psi_{12}\Psi_{21})^T = \Psi_{12}\Psi_{21}$. В ОЗ АИКП введем 2 новых, удобных (для извлечения знаний) матрицы условия:

1) модельные матрицы A^+_{qp} и B^+_{pp} должны быть ортонормированными;

2) каждая из матриц дисперсий $(1/m)U^T U$, $(1/m)V^T V$ u- и v-переменных должна быть не единичной, а диагональной матрицей: $(1/m)U^T U = \Lambda_{pp}$, $(1/m)V^T V = \Lambda_{pp}$;

3) $(1/m)U^T V = \Lambda^2_{pp} = \text{diag}(\lambda^2_1, \dots, \lambda^2_p)$.

Условие 2 вытекает из Условия 1, ибо при ортонормированном преобразовании стандартизованных матриц Z_{mq} и Z_{mp} получаемые матрицы $U_{mp} = Z_{mq} A_{qp}$ и $V_{mp} = Z_{mp} B_{pp}$ будут удовлетворять соотношениям ПМ ГК. Матрицы U_{mp} и V_{mp} будут матрицами главных компонент, будут иметь неодинаковые дисперсии $\lambda_1, \dots, \lambda_p$.

Ортонормированные матрицы A_{qp} , B_{pp} из ПМ АИКП [8] обеспечивают би-ортогональность матриц U_{mp} , V_{mp} : $(1/m)U^T V = \Lambda^2_{pp} = \text{diag}(\lambda^2_1, \dots, \lambda^2_p)$. Подматрица $Z_1 = Z_{mq}$ преобразуется с применением ортонормированной матрицы A_{qp} : $(1/m)U^T U = \Lambda_{pp} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$; $(1/m)U^T U \neq I_{pp}$, подматрица $Z_2 = Z_{mp}$ преобразуется с применением ортонормированной матрицы B_{pp} : $(1/m)V^T V = \Lambda_{pp} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p) \neq I_{pp}$, решение которого является только положительными собственными числами [1]. В ОЗ АИКП вместо *одинаковых* дисперсий u- и v-переменных $\text{diag}(1, \dots, 1)$ в ОМ АИКП будем иметь *различные* дисперсии u- и v-переменных: $\text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p) \neq I_{pp}$. Сумма дисперсий не меняется, она равна p. Неодинаковость дисперсий u- и v-переменных и наличие 2-х, 3-х доминирующих значений $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ придает нашей модели (ОМ АИКП) полезное когнитивное свойство: матрицы A_{qp} , B_{pp} из ОМ АИКП содержат индикаторы извлекаемых знаний. В ПМ АИКП матрицы A_{qp} , B_{pp} не

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
 ISI (Dubai, UAE) = 0.829
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 0.126
 ESJI (KZ) = 8.716
 SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

обладают этими когнитивными свойствами. Итак ОЗ АИКП формулируется следующим образом.

Математическая постановка задачи

Задача. Для заданной диагональной матрицы $\Lambda_{pp} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$, $\lambda_1 > \dots > \lambda_p > 0$, $\lambda_1 + \dots + \lambda_p = p$, требуется найти значения элементов 2-х модельных подматриц Z_{mq} , Z_{mp} матрицы $Z_{mn} = [Z_{mq} | Z_{mp}]$, состоящей из m значений n z -переменных. Матрица Z_{mq} состоит из m значений z -переменных $\{z_1, \dots, z_q\}$, матрица Z_{mp} состоит из m значений z -переменных $\{z_{q+1}, \dots, z_{q+p}\}$, $n = q+p, q \geq p$.

Получаемые 2 модельные подматрицы Z_{mq} , Z_{mp} должны быть вычислены после *отдельных линейных преобразований*: модельных ортонормированных матриц A^+_{qp} , B^+_{pp} , 2 матрицы собственных векторов A^+_{qp} , B^+_{pp} должны содержать индикаторы извлекаемых знаний [1] и должны совместно со своими парами: $(\Lambda^2_{pp}, A^+_{qp})$, $(\Lambda^2_{pp}, B^+_{pp})$, удовлетворять соотношениям $(\Psi_{12} \Psi_{21}) A^+_{qp} = \Lambda^2 A^+_{qp}$, $Q_{pp} B^+_{pp} = \Lambda^2 B^+_{pp}$, $Q^T_{pp} Q_{pp} = I_{pp}$, где матрицы $\Psi_{12} \Psi_{21}$, Q_{pp} – неизвестные симметрические матрицы, имеющие нужные нам матрицы $(\Lambda^2_{pp}, A^+_{qp})$, $(\Lambda^2_{pp}, B^+_{pp})$.

Для моделирования подматриц Z_{mq} , Z_{mp} рекомендуется применить матрицы U_{mp} и V_{mp} значений би-ортогональных избыточно-канонических переменных. При ортонормированных преобразованиях - матрицах A^+_{qp}, B^+_{pp} , матрицы U_{mp} и V_{mp} будут матрицами главных компонент – u -переменных, имеющих неодинаковые дисперсии $\lambda_1, \dots, \lambda_p$. Линейным преобразованиям должны подвергнуться 2 матрицы U_{mp}, V_{mp} значений би-ортогональных избыточно-канонических переменных (biorthogonal canonical-redundancy) u - и v -переменных таких, что: $(1/m) U^T U = \Lambda_{pp}$, $(1/m) V^T V = \Lambda_{pp}$, $(1/m) U^T V = \Lambda^{+2}_{pp} = \text{diag}(\lambda^{+2}_1, \dots, \lambda^{+2}_p)$, $\lambda^{+2}_1 > \dots > \lambda^{+2}_p > 0$. Модельные матрицы A^+_{qp} и B^+_{pp} должны иметь алгебраические свойства ортонормированных матриц: $A^+ A^{+T} = I_{qq}$, $B^+ B^{+T} = I_{pp}$, $A^{+T} A^+ = I_{pp}$, $B^{+T} B^+ = I_{pp}$. Модельная подматрица Z_{mq} должна быть вычислена с применением матрицы A^+_{qp} , а модельная подматрица Z_{mp} – с применением матрицы B^+_{pp} . Ортонормированные матрицы A^+_{qp} , B^+_{pp} из ПМ АИКП [8] обеспечивают би-ортогональность пары матриц (U_{mp}, V_{mp}) : $(1/m) U^T V = \Lambda^{+2}_{pp} = \text{diag}(\lambda^{+2}_1, \dots, \lambda^{+2}_p)$ и ортогональность столбцов в каждой из матриц U_{mp}, V_{mp} : $(1/m) U^T U = \Lambda_{pp} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$, $(1/m) V^T V = \Lambda_{pp} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$. Ортогональность присуща парам матриц (U_{mp}, U_{mp}) , (V_{mp}, V_{mp}) , а би-ортогональность - паре матриц (U_{mp}, V_{mp}) , $(1/m) U^T V = \Lambda^{+2}_{pp} = \text{diag}(\lambda^{+2}_1, \dots, \lambda^{+2}_p)$.

Схематически реализация ОМ АИКП имеет вид: $(A_{qp}, \Lambda^2_{pp}) \rightarrow A^+_{qp}$; $(B_{pp}, \Lambda^2_{pp}) \rightarrow B^+_{pp}$; $(A^+_{qp}, B^+_{pp}) \rightarrow (U_{mp}, V_{mp})$; $(U_{mp}, V_{mp}) \rightarrow (Z_{mq}, Z_{mp})$.

Введенные математически в матрицы A_{qp}, B_{pp} индикаторы извлеченных знаний остаются неизменными в матрицах A^+_{qp}, B^+_{pp} . Этот факт является существенным преимуществом данной постановки О обратной Задаче (ОЗ) АИКП.

Исходными предпосылками ОЗ являются следующие: множество z -переменных разделены на 2 группы: в 1-ую группу объединены q z -переменные z_1, \dots, z_q , во 2-ую – p переменные z_{q+1}, \dots, z_{q+p} , всего $q+p=p$ переменные. Для простоты изложения перенумеруем 2-ую группу: z_1, \dots, z_p . Используемые соотношения из Прямой Модели Анализа Избыточно-Канонических Переменных (ПМ АИКП) приведены в работе [7]. Метод избыточных переменных (МИП, redundancy values analysis, RVA [8]) исследован в [7] в терминах RV-коэффициентов (индексов избыточностей для пар переменных из разных множеств) из статьи [9]. Решение нашей задачи - подматрицы $Z_{mq} | Z_{mp}$ будут моделироваться нами ниже при решении Обратной Задачи АИКП.

Ниже будут изложены алгоритмы реализации ОМ АИКП $\Lambda_{pp} \Rightarrow (A_{qp}, B_{pp}, U_{mp}, V_{mp}, Z_{mn} = [Z_{mq} | Z_{mp}])$.

Исходные данные

Исходными данными являются 2 матрицы индикаторов извлеченных знаний о видах услуг связи. Когнитивные модели индикаторов извлеченных знаний о видах услуг связи разработаны в статьях [4-8]. Индикаторы наличия знаний о видах услуг связи имеются в 5 матрицах C_{nn} [4-9]. Объединение 5 матриц в одну пару матриц (A^{+54}, B^{+44}) индикаторов извлеченных знаний проведены в статье [9]. В статье [9] сформирована новая структурная матрица (Таблица 5[4]) и приведены модельные матричные объекты. Результаты указанного моделирования нас не удовлетворяют из-за несовпадения 2-х множеств дисперсий u - и v -переменных: $(1/m) U^T U = \Lambda^{(1)}_{pp}$, $(1/m) V^T V = \Lambda^{(2)}_{pp}$, $\Lambda^{(1)}_{pp} \neq \Lambda^{(2)}_{pp}$.

Расширим размер Таблицы 5 [4] до $n=q+p=6+6=12$. Это расширение связано с тем «что доли заметных элементов в матрицах A^{+54}, B^{+44} слишком большие. Если добавим к 4 и 3 z -переменным 2 или 3 новых z -переменных, то увеличение размерностей q и $p > 4$ приведет к уменьшению доли заметных элементов в матрицах A^{+66}, B^{+66} » [1]. Теперь вместо Таблицы 5 [4] рассмотрим новую (Таблицу 1).

Разделенные на 2 множества $n=q+p=6+6=12$ переменные таковы, что 1-ое содержит объемы затрат, 2-ое – количества аппаратов или домов с аппаратами, посредством которых проводятся разговоры физических лиц, деловые переговоры менеджеров организаций. В 5 строках 2-х столбцов матрицы A_{66} введем 6 индикаторов

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

знаний (Таблица 2), в 3-х строках 3-х столбцов матрицы \mathbf{B}_{66} введем еще 7 индикаторов (Таблица 3). Будем считать эту долю индикаторов не большой для матриц \mathbf{A}^{+}_{66} , \mathbf{V}^{+}_{46} , рассматриваемых вместо матриц \mathbf{A}^{+}_{54} , \mathbf{V}^{+}_{44} .

Индикаторы наличия знаний о видах услуг связи взяты с 5 матриц \mathbf{C}_{nn} [6-10]. Описание индикаторов наличия знаний о видах услуг связи изложено в раздле «Исходные данные» статьи [5].

Смыслы 12 z-переменных приведены в Таблице 2, в Таблице 3. В них приведены структурные матрицы, где 12 переменных разделены на 2 множества: 1-ая содержит объемы затрат, 2-ая – количества аппаратов, домов с телефонными аппаратами, посредством которых проводятся разговоры физических лиц, деловые переговоры менеджеров организаций.

Модели и задачи

Мы будем использовать соотношения из ПМ АИКП [4-5]. Они – соотношения [4], получены после двух последовательных преобразований 2-х подматриц \mathbf{Z}_{mq} , \mathbf{Z}_{mp} матрицы $\mathbf{Z}_{mn}=[\mathbf{Z}_{mq}|\mathbf{Z}_{mp}]$ значений $n=q+p$ z-переменных, разделенных на 2 группы: в 1-ой группу объединены q z-переменных, во 2-ую – p z-переменных. Полученные 2 матрицы значений избыточно-канонических переменных (biorthogonal redundancy-canonical variables) \mathbf{U}_{mp} , \mathbf{V}_{mp} биортогональны [4]: $(1/m)\mathbf{U}^T\mathbf{U}=\mathbf{I}_{pp}$, $(1/m)\mathbf{V}^T\mathbf{V}=\mathbf{I}_{pp}$, $(1/m)\mathbf{U}^T\mathbf{V}=\mathbf{A}_{pp}=\text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$, $\lambda_1 > \dots > \lambda_p > 0$. Все 3 матрицы диагональные. Матрица \mathbf{A}_{qp} , (или \mathbf{B}_{pp}) состоит из произведения 2-х матриц преобразований: 1-ая вычисляется в ПМ АИП [1], 2-ая – в модели канонических переменных [2]. Избыточная переменная «канонизируется» методом канонических корреляций [2]. Подматрица \mathbf{Z}_{mq} преобразуется с применением ортогональной матрицы \mathbf{A}_{qp} , а подматрица \mathbf{Z}_{mp} – матрицы \mathbf{B}_{pp} [1]. Ортогональные матрицы \mathbf{A}_{qp} , \mathbf{B}_{pp} в ПМ АИКП [1] обеспечивают би-ортогональность пары матриц $(\mathbf{U}_{mp}, \mathbf{V}_{mp})$: $(1/m)\mathbf{U}^T\mathbf{V}=\mathbf{A}_{pp}=\text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$, $\lambda_1 > \dots > \lambda_p > 0$. Две матрицы \mathbf{U}^*_{mp} , \mathbf{V}^*_{mp} в КП-модели [1] не би-ортогональны: $(1/m)\mathbf{U}^{*T}\mathbf{V}^*=\Psi_{12}\neq\Psi_{21}$, где $(1/m)\mathbf{V}^{*T}\mathbf{U}^*=\mathbf{B}^{*T}\mathbf{R}_{21}\mathbf{A}^*=\Psi_{21}$. В ПМ АИКП [4], две матрицы \mathbf{U}_{mp} , \mathbf{V}_{mp} значений избыточно-канонических переменных биортогональны: $(1/m)\mathbf{U}^T\mathbf{V}=\mathbf{A}_{pp}$. Подробно метод избыточных переменных (МИП, redundancy values analysis, RVA) изложен в работах [1,565-583]. Соотношения из прямой задачи, решенной в [1], образуют Прямую модель RVA (прямую RVA-модель) схематично обозначим так: $\mathbf{Z}_{mn}=[\mathbf{Z}_{mq}|\mathbf{Z}_{mp}] \Rightarrow (\mathbf{A}^*_{pp}, \mathbf{A}^*_{qp}, \mathbf{B}^*_{pp}, \mathbf{U}^*_{mp}, \mathbf{V}^*_{mp})$, $m=q+p, q \geq p$. Она исследована в терминах RV-коэффициентов [11] в статье [4]. Во всех 3-х рассматриваемых многомерных моделях с двумя множествами z-

переменных входными объектами являются 2 подматрицы $\mathbf{Z}_{mq}|\mathbf{Z}_{mp}$, объединенные в одну матрицу $\mathbf{Z}_{mn}=[\mathbf{Z}_{mq}|\mathbf{Z}_{mp}]$.

Эти подматрицы $\mathbf{Z}_{mq}, \mathbf{Z}_{mp}$ будут моделироваться нами ниже при решении Обратной Задачи. При решении Обратной Задачи мы не будем применять преобразования, присущие методу избыточных переменных [1], методу канонических корреляций [2]. В Обратной Задаче моделируются 2 множества избыточноканонических (redundancy-canonical variables [4] переменных, исходя из значений параметров из другой модели – Обратной Модели Главных Компонент [12,13]. Решаемые задачи и применяемые в ОМ ГК модели, Оптимизационные задачи изложены в статьях [14-24]. Используемые формулы ПМ АМКП приведены в статье [4]. В статье [7] доказаны Теоремы об индексах избыточностей (измерения сил связей между двумя множествами z-переменных, избыточных переменных, канонических переменных, избыточно-канонических переменных). Теоретическое обоснование существования индикаторов присутствия знаний в матрицах собственных векторов \mathbf{A}_{qp} , \mathbf{B}_{pp} в Прямой модели избыточно-канонических переменных доказано в Теоремах 1 и 2 [4].

Модельные матрицы $\mathbf{A}^{+}_{qp}, \mathbf{B}^{+}_{pp}$ значений индикаторов знаний

Ранее была сформированы матрицы $\mathbf{A}_{54}, \mathbf{B}_{44}$ с назначенными элементами – 10 индикаторами. С применением надстройки в ЭТ Поиск решения с задачи $(\mathbf{A}_{pp}, \mathbf{C}_{pp}) \Rightarrow (\mathbf{A}^{(2)}_{pp}, \mathbf{B}^{+}_{pp})$. Далее последовательно решаем задачи: $\mathbf{A}^{(2)}_{pp} \Rightarrow (\mathbf{A}^{(1)}_{pp}, \mathbf{A}^{+}_{qp})$. Но для моделирования ее входного объекта \mathbf{C}_{44} применяем программу IMPC3, реализующую вариант 3 ОМ ГК. Далее мы моделируем матрицу \mathbf{A}_{54} как матрицу псевдосообственных векторов для матрицы собственных чисел $\mathbf{A}_{55}=\text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, 0)=\text{diag}(2.40999, 1.12960, 0.23020, 0.23020, 0)$. Фиксируем 5 индикаторов в матрице \mathbf{C}_{54} . Далее для пары матриц $(\mathbf{A}_{44}, \mathbf{C}_{54})$ мы как показано выше решили Оптимизационную Задачу $\mathbf{C}(\mathbf{A}_{44}, \mathbf{C}_{54}) \Rightarrow (\mathbf{A}^{+}_{44}, \mathbf{C}^{+}_{54})$ с 5 выделенными элементами 0.3318; -0.3083; -0.5074; 0.4259; 0.4605. Полученную матрицу \mathbf{C}^{+}_{54} переобозначим так: \mathbf{A}^{+}_{54} (Таблица 6).

Моделирование 2-х матриц \mathbf{B}^{+}_{pp} , \mathbf{A}^{+}_{qp} собственных векторов проводили в ЭТ Excel обратную задачу: подобрать исходные данные для получения желаемого результата. Средство поиска решения Microsoft Excel использует алгоритм нелинейной оптимизации Generalized Reduced Gradient (GRG2), разработанный Леоном Ласдоном (Leon Lasdon, University of Texas at

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

Austin) и Аланом Уореном (Allan Waren, Cleveland State University) Схема ОМ Анализа ИКП, отражающая последовательность этапов независимого моделирования ортонормированных квадратных ($q=p$) матриц собственных векторов A_{qp} , B_{pp} , $q=p$, была приведена выше.

Моделирование матриц U_{mp} , V_{mp} значений смысловых избыточно-канонических переменных

Нам известны 3 матрицы A^+_{qp} , B^+_{pp} , $\Lambda^2_{pp} = \text{diag}(\lambda^2_1, \dots, \lambda^2_p)$. Матрицы A^+_{qp} , B^+_{pp} собственных векторов A^+_{qp} , B^+_{pp} нужны для преобразования матрицы U_{mp} (в дальнейшем она будет равна $Z_{mq}A_{qp}$ и V_{mp} (в дальнейшем она будет равна $Z_{mp}B_{pp}$) в стандартизованные матрицы Z_{mq} и Z_{mp} . Матрицы U_{mp} , V_{mp} должны быть матрицами из m значений би-ортогональных избыточно-канонических переменных (biorthogonal canonical-redundancy variables).

Этап $(A^+_{qp}, B^+_{pp}) \rightarrow (U_{mp}, V_{mp})$ решения нашей задачи начинается моделирования матрицы U_{mp} такой, что $(1/44)U_{44,6}^T U_{44,6} = I_{66}$ [8-9]. Реализуется в зависимости от диагональной матрицы $\Lambda_{pp} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$, $\lambda_1 > \dots > \lambda_p > 0$, исходя из имеющейся матрицы U_{mp} такой что $(1/m)U^T U = I_{pp}$, далее она преобразуется так, что удовлетворяет равенству $\Lambda_{66} = (1/44)U^T U = \text{diag}(1.8067, 1.0847, 0.8244, 0.8244, 0.3162, 0.3162)$. Матрица (Таблица 4) $U_{44,6}$ ортогональных избыточно-канонических переменных получена умножением справа на диагональную матрицу $\Lambda^{1/2}_{pp}$, этим мы преобразовали одинаковые дисперсии u -переменных в различные дисперсии 1.8067, 1.0847, 0.8244, 0.8244, 0.3162, 0.3162, не меняя сумму дисперсий (=6). Матрица U_{mp} ортогональных избыточно-канонических переменных преобразовалась в матрицу главных компонент, так как дисперсии u -переменных различны: $1.8067 > 1.0847 > 0.8244 > 0.8244 > 0.3162 = 0.3162$, а последние 2 дисперсии пренебрежимо малы, являются допустимыми погрешностями модели. Но матрицы собственных векторов A^+_{66} , B^+_{pp} вычисляются с высокой точностью - они нужны нам матрицы: $(\Lambda^2_{pp}, A^+_{qp})$, $(\Lambda^2_{pp}, B^+_{pp})$. Матрицы собственных векторов A^+_{66} , B^+_{pp} содержат индикаторы извлекаемых знаний, они преобразуют полученные модельные матрицы U_{mp} и V_{mp} .

Матрицу V_{mp} (Таблица 4) мы моделируем, решая Оптимизационную Задачу 4 (ОЗ4). В ОЗ4 входными объектами являются $(\Lambda_{66}, U_{44,6})$, $(1/44)U^T U = \Lambda_{66} = (\text{diag}(1.8067, 1.0847, 0.8244, 0.8244, 0.3162, 0.3162))$, выходным объектом матрица V_{mp} такая, что удовлетворяет равенству $\Lambda_{pp} = (1/m)V^T V$, $(1/m)U^T V = \Lambda^2_{pp} = \text{diag}(\lambda^2_1, \dots, \lambda^2_p)$. При этом матрица

V_{mp} преобразуется в матрицу главных ортогональных избыточно-канонических переменных.

В нашем примере матрицы A^+_{66} , B^+_{66} , A_{66} ($q=6, p=6$) удобны тем, что обладают приемлемой и небольшим числом индикаторов $|c_{kj}| \geq c_0$, извлеченных знаний из 5 соответствующих матриц собственных векторов C_{mn} [2-6].

Матрицы A^+_{66} , B^+_{66} , A_{66} полезны: в нее внедрены индикаторы когнитивных знаний из других исследований [11-13].

При решении ОЗ4 процедура Solver (окно заданных нами значений параметров процедуры смотрите на Рисунке 1) ввела ограничение на размерность $m=44$ изменяемой матрицы $V_{44,6}$. Поэтому ОЗ4 решалась в 2 шага: сперва решили ОЗ4 с входными объектами $\Lambda_{66} = (\text{diag}(1.8067, 1.0847, 0.8244, 0.8244, 0.3162, 0.3162))$, $U_{44,4}$ затем - с входными объектами $\Lambda_{22} = \text{diag}(0.3162, 0.3162)$. Решения этих ОЗ4 и условие $(1/44)U^T V = \Lambda^2_{66} = \text{diag}(\lambda^2_1, \dots, \lambda^2_6) = \text{diag}(3.2642, 1.1765, 0.6796, 0.6796, 0.1000, 0.1000)$ привели к результату: $(1/44)U^T V = \Lambda^2_{66} = \text{diag}(3.2642, 1.1765, 0.6796, 0.6796, 0.1000, 0.1000)$.

Индикаторы присутствуют в компонентах 3-х первых собственных векторов из матриц A_{qp} и B_{pp} . Трем первым собственным векторам соответствуют 3 собственных числа $\lambda_1^2 = 3.2642 = 1.8067^2$; $\lambda_2^2 = 1.1765 = 1.0867^2$, $\lambda_3^2 = 1.0847^2$. Добавим к ним 4-ое собственное число $\lambda_4^2 = 0.6796 = 0.8244^2$, зафиксируем их долю, равную 96,6667%. Долю малых собственных чисел $\lambda_5^2 = 0.1000$, $\lambda_6^2 = 0.1000 \neq 0.8244^2$, равную 0,2/6 = 0,3333%, интерпретируем как погрешность модели, не влияющую на матрицы индикаторов, на смыслы переменных. Напомним, что функцией ОМ АИКП является моделирование матриц A^+_{qp}, B^+_{pp} индикаторов извлеченных знаний и соответствующих им матриц Z_{mq} и Z_{mp} ($Z_{mn} = [Z_{mq}, Z_{mp}]$) коррелированных z -переменных $\{z_1, \dots, z_q\}$, $\{z_{q+1}, \dots, z_{q+p}\}$, $n=q+p, q \geq p$. Поэтому допустимы вычислительные погрешности в значениях недоминирующих собственных чисел из матрицы $\Lambda^2_{pp} = \text{diag}(3.2642, 1.1765, 0.6796, 0.6796, 0.1000, 0.1000)$. Далее мы будем допускать погрешности в дисперсиях u - и v -переменных $(1/44)U^T U = \Lambda_{pp} = \text{diag}(1.8067, 1.0847, 0.8244, 0.8244, 0.3162, 0.3162)$; $\Lambda_{66} = (1/44)V^T V = \text{diag}(1.8067, 1.0847, 0.8244, 0.8244, 0.7299, 0.2701)$.

Преимуществом применяемой в данной статье Обратной модели является би-ортогональность 2-х множеств избыточно-канонических переменных, возможность моделировать отдельно и независимо друг о друга матрицы A^+_{qp} , B^+_{pp} . Конструирование новой собственной структуры $(\Lambda^+_{pp}, A^+_{qp}, B^+_{pp})$ взамен 5 старых [1-6] и перенос индикаторов присутствия знаний в другую

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

систему валидных показателей (смысловых избыточно-канонических переменных) является новой методикой конструирования системы валидных u - и v -переменных и коррелированных z -переменных $z_1, \dots, z_6, z_7, \dots, z_{12}$. При преобразовании матриц U_{mp}, V_{mp} в матрицы коррелированных z -переменных $z_1, \dots, z_6, z_7, \dots, z_{12}$ примем ортонормированные матрицы B^+_{66} и A^+_{66} , а не матрицы B_{66} и A_{66} .

Моделирование матриц Z_{mq}, Z_{mp} значений $n=q+p$ коррелированных z -переменных

Описание схемы $;(U_{mp}, V_{mp}) \rightarrow (Z_{mq}, Z_{mp})$. Преобразование пары u - и v -переменных в пару множеств z -переменных на этапе $(U_{mp}, V_{mp}) \rightarrow (Z_{mq}, Z_{mp})$ необходимо для получения модельных числовых данных Z_{mq}, Z_{mp} . Эти матрицы данных Z_{mq}, Z_{mp} имеют 2 матрицы A^+_{qp}, B^+_{pp} индикаторов извлеченных знаний. Извлеченные знания и их когнитивные модели извлечения изложены в статьях [1-5]. Постановка ОЗ АИКП является соединением матриц индикаторов ранее извлеченных разных знаний в одну матрицу индикаторов. И найти для них соответствующую пару матриц Z_{mq} и Z_{mp} : $Z_{mn} = [Z_{mq}, Z_{mp}]$.

Модельные матрицы A^+_{qp}, B^+_{pp} являются ортонормированными матрицами. Если матрица $A^+_{6,6}$ (или $B^+_{6,6}$) после решения оптимизационной задачи $()$ получилась ортонормированной, то матрица $A_{6,6}$ (или $B_{6,6}$) является матрицей собственных векторов корреляционной матрицы для множества z -переменных, z_1, \dots, z_6 , (для множества z -переменных z_7, \dots, z_{12}).

Для моделирования подматриц Z_{mq}, Z_{mp} применяем матрицы U_{mp} и V_{mp} значений би-ортogonalных избыточно-канонических переменных. При ортонормированных преобразованиях матриц U_{mp} и V_{mp} получаемым матрицы главных компонент – u -переменных, имеющих неодинаковые дисперсии $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ и би-ортogonalных пар (u, v) -переменных, у которых $\text{covar}(u_j, v_j) = \lambda_j, j=1, \dots, 6$: $\lambda_1^2 = 3.2642 = 1.8067^2$; $\lambda_2^2 = 1.1765 = 1.0847^2$, $\lambda_3^2 = 1.0847^2$, $\lambda_4^2 = 0.6796 = 0.8244^2$, $\lambda_5^2 = 0.1000$; $\lambda_6^2 = 0.1000$. При этом возникает погрешность в последних 2-х собственных числах $\lambda_5 = 0.3162$, $\lambda_6 = 0.3162$. Процедура Solver вместо $(0.3162, 0.3162)$ вычисляет $(0.7299, 0.2701)$. Эти погрешности не относятся к собственным векторам с номерами 1, 2, 3, где присутствуют индикаторы знаний. Они вносят пренебрежимо малые погрешности в дисперсии (u, v) -переменных, равные 1. Небольшие отличия значений дисперсий от 1 допустимы при $m=44$. Они не влияют на адекватность значений модельных z -переменных значениям реальных z -переменных (смотрите, например, Рисунки 1, 2, 3). При $m=20$ такой погрешности не бывает.

Линейным преобразованиям подвергаются отдельно 2 матрицы U_{mp}, V_{mp} значений би-ортogonalных смысловых избыточно-канонических переменных (biorthogonal reasonable (meaning) redundancy-canonical variables) u - и v -переменных таких, что: $(1/m)U^T U = \Lambda_{pp}$, $(1/m)V^T V = \Lambda_{pp}$, $(1/m)U^T V = \Lambda^+_{pp} = \text{diag}(\lambda^+_{21}, \dots, \lambda^+_{2p})$, $\lambda^+_{21} > \dots > \lambda^+_{2p} > 0$. Модельные матрицы A^+_{66} и B^+_{66} имеют алгебраические свойства ортонормированных матриц: $A^+ A^+ = I_{66}$, $B^+ B^+ = I_{66}$, $A^+ A^+ = I_{66}$, $B^+ B^+ = I_{66}$. Модельная подматрица $Z_{44,6}$ вычислена с применением матрицы A^+_{66} , а модельная подматрица $Z_{44,6}$ – с применением матрицы B^+_{66} . Ортонормированные матрицы A^+_{66}, B^+_{66} из ПМ АИКП [8] обеспечивают би-ортogonalность пары матриц $(U_{44,6}, V_{44,6})$: $(1/m)U^T V = \Lambda^+_{66} = \text{diag}(3.2642, 1.1765, 0.6796, 0.6796, 0.1000, 0.1000)$ и ортogonalность столбцов в каждой из матриц $U_{44,6}, V_{44,6}$: $(1/m)U^T U = \Lambda_{66} = \text{diag}(1.8067, 1.0847, 0.8244, 0.8244, 0.3162, 0.3162)$, $(1/44)V^T V = \Lambda_{66} = \text{diag}(1.8067, 1.0847, 0.8244, 0.8244, 0.7299, 0.2701)$. Ортogonalность присуща парам матриц $(U_{44,6}, U_{44,6})$, $(V_{44,6}, V_{44,6})$, а би-ортogonalность – паре матриц $(U_{44,6}, V_{44,6})$, $(1/m)U^T V = \Lambda^+_{66} = \text{diag}(\lambda^+_{21}, \dots, \lambda^+_{2p})$.

Решив 4 Оптимизационные Задачи ОЗ1, ОЗ2, ОЗ3, ОЗ4 мы реализовали схему ОМ АИКП: $(A_{qp}, \Lambda^2_{66}) \rightarrow A^+_{66}$; $(B_{66}, \Lambda^2_{66}) \rightarrow (B^+_{66})$; $(A^+_{66}, B^+_{66}) \rightarrow (U_{44,6}, V_{44,6})$; $(U_{44,6}, V_{44,6}) \rightarrow (Z_{44,6}, Z_{44,6})$. Введенные математически в матрицы A_{qp}, B_{66} индикаторы извлеченных знаний остаются неизменными в матрицах A^+_{66}, B^+_{66} .

Визуализация динамик изменений 44 модельных значений z -переменных

Мы провели визуализацию показателей (№3, №8); (№7, №10); (№1, №11). Зависимость динамики 44 модельных значений «количества междугородных разговоров на 1 предприятие» (№3) от динамики «объема междугородного трафика для предприятий» (№8) имеет, как должна быть, довольно сильная. Это – визуальная демонстрация адекватности модельных данных реальным переменной «количество междугородных разговоров на 1 предприятие» хорошо аппроксимируется логарифмической функцией (Рисунок 2). Динамики таковы при частых коротких звонках количество разговоров большое, а минуты затрачены при этом небольшие: при частых коротких звонках. Превышение числа минут над количество разговоров иллюстрирует наличие нечастых, но долгих разговоров. Согласованность динамик «междугородный трафик для предприятий» ($z3$) и «количество междугородных разговоров на 1 предприятие» ($z8$) показана на Рисунке 2. Динамики таковы при частых коротких звонках

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
 ISI (Dubai, UAE) = 0.829
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 PИИЦ (Russia) = 0.126
 ESJI (KZ) = 8.716
 SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

количество разговоров большое, а минуты затрачены при этом небольшие: при частых коротких звонках. Превышение числа минут над количеством разговоров иллюстрирует наличие нечастых и долгих деловых разговоров.

Зависимость динамики 44 модельных значений «количество ОТА для населения» (№7) от динамики «Ввод в действие жилых домов» (№10) имеет, как должна быть, довольно сильная (Рисунок 3). Эта зависимость иллюстрирует возможность населения РК установить отдельный телефонный аппарат (ОТА) в построенном доме. Для населения согласованность динамик «количество ОТА для населения» (z_7) и «ввод в действие жилых домов» (z_{10}) иллюстрирует Рисунок 3.

Зависимость динамики 44 модельных значений «Количество предприятий»;» (№1) от динамики показателя «Расходы предприятий на услуги связи на 1 предприятии» (№1) имеет, как должна быть, довольно сильная (Рисунок 4). Чем больше работающих предприятий, тем больше у них расходов на услуги связи. Согласованность динамик ««расходы предприятий на услуги связи» (z_1) и «количество предприятий»» (z_{11}) на Рисунке 4 выражена в меньшей степени, чем согласованности на Рисунках 2 и 3.

Заключение

В исследованиях [6-10] анализировались 5 реальных многомерных выборок $m=44$ значений наборов X-факторов или T- факторов. Подмножества X-факторов или T- факторов статистически значимо влияли на 1 или 2 или 3 телекоммуникационных показателей из 10. Множество телекоммуникационных показателей характеризуют доходы, расходы населения и предприятий, количества исполбзуемых аппаратов, телефонизированных домов, объемы затрат времени, денег при личных и деловых разговорах. Все показатели имеют $m=44$ значений. Извлекли крупницы знаний из матриц собственных векторов C_{nn} , $n=7$ [6], $n=7$ [7], $n=9$ [8], $n=5$ [9], $n=6$ [10]. Каждая из матриц индикаторов знаний C_{nn}

вычислена по матрице реальных данных размерности 44-на- n.

Для огромного количества чисел математически выявлены 10 [5] и 13 [] индикаторов знаний в парах матриц

A^+_{qp} , B^+_{pp} . При $q=5$, $p=4$ наличие 10 индикаторов знаний в них оказалось слишком большим для моделирования модельных данных , адекватных реальным данным с теми же 10 индикаторами в парах матриц

A^+_{qp} , B^+_{pp} . выше нам удалось найти значения $q=6$, $p=6, v=44$ и 12 индикаторов знаний в матрицах A^+_{qp} , B^+_{pp} для того, чтобы разработать модель избыточно-канонических переменных с различными дисперсиями. Наша модель «канонизирует» (от термина canonical [2]) избыточные переменные [1] и моделирует 2 матрицы U_{mp} и V_{mp} значений би-ортогональных смысловых избыточно-канонических переменных с различными дисперсиями: $(1/m)U^TU = \Lambda_{pp}$, $(1/m)V^TV = \Lambda_{pp}$, $(1/m)U^TV = \Lambda^+_{pp} = \text{diag}(\lambda^+_{11}, \dots, \lambda^+_{1p})$, $\lambda^+_{11} > \dots > \lambda^+_{1p} > 0$. Мы нашли одно из преобразований для 2-х подматриц Z_{mq} , Z_{mp} матрицы $Z_{mn} = [Z_{mq} | Z_{mp}]$, наделяющих модель канонических корреляций (canonical correlation analysis [1,2]) свойством содержательной интерпретируемости. Многие исследователи ранее отмечали отсутствие содержательной интерпретируемости, чем объяснялось отсутствие практических применений модель канонических корреляций [1,2].

Адекватность соотношений математической модели ведет к адекватности моделируемых скрытых в объектах модели когнитивных знаний к знаниям, которые будут впоследствии извлечены из смоделированных данных $Z_{mn} = [Z_{mq} | Z_{mp}]$.

Модельные матрицы решаемой Обратной Задачи могут применяться при моделировании исторического принципа «верхи – не могут, низы – не хотят», в моделировании ситуаций «студенты – не хотят, преподаватели-не могут», «экологи-не хотят, промышленность – не может».

Application

Таблица 1

1	2	3	4	5	6	7
	Имя-смысл z –переменной		a_1	a_2	a_3	a_4
			1	2	3	4
z_1	«Расходы предприятий на услуги связи на 1 предприя	z_3	0,3318	-0,3083		
z_2	Трафик интернета Dial up (минуты) насел	z_1	-0,5074			
z_3	междугородный трафик (минуты) для предприятий	z_7	0	0,4259		

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

z ₄	Международн трафик на СНГ (мин) для предприятий	z ₅	0,4605	0		
z ₅	«другие расходы при разговорах»	z ₁₀				
	Имя-смысл z –переменной		b₁	b₂	b₃	b₄
z ₆	количество ОТА для населения	z ₂	0,5108			
z ₇	Количество междугородных разговоров на 1 предприя	z ₄	0,4223	0,4411	0,4129	
z ₈	Количество ОТА для предприятий	z ₉		-0,6339		
z ₉	«другие количества разговоров»	z ₁₁				

Эта Таблица 1 позволит нам далее ниже смоделировать 2 новые матрицы A^+_{qp}, B^+_{pp} , $q=6, p=6$. При этом местоположение 13 (=6+7) индикаторов извлекаемых знаний остаются неизменными в матрицах A^+_{qp}, B^+_{pp} .

Таблица 2

имя-смысл z-переменной из A ₆₆		номер z-переменной для A ₆₆						Сум кв
		1	2	3	4	5	6	
		a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆	
«Расходы предприятий на услуги связи на 1 предприяте»	1 z ₃	0,3318	0,3083	0,0001	0,8821	0,0912	0,0921	1,0000
Трафик интернета Dial up (минуты) насел	2 z ₁	0,5074	0,7394	0,1993	0,1989	0,2400	0,2427	1,0000
междугородный трафик (минуты) для предприятий	3 z ₇	0,4129	0,4259	0,5108	0,2789	0,3895	0,3972	1,0000
Международн трафик на СНГ (минуты) для предприятий	4 z ₅	0,4605	0,0001	0,6369	0,2172	0,2901	0,5009	1,0000
z ₂ =(Г4)-доля прибыльных предприятий	5z ₂	0,4502	0,3961	-	0,0002	0,4053	0,4998	1,0000
«другие расходы при разговорах»	6z ₁₀	0,2174	0,1413	0,2594	0,2395	0,7307	0,5236	1,0000
		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	6,0000

Таблица 3

имя-смысл z-переменной из B ₆₆		номер z-переменной для B ₆₆						Сум кв
		7	8	9	10	11	12	
		b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	
количество ОТА для населения	1 z ₂	0,5109	0,2042	0,1751	0,1404	0,7212	0,3560	1,0000
Количество междугородных разговоров на 1 предприя	2z ₄	0,4223	0,4411	0,4129	0,2175	0,0890	0,6335	1,0000
Количество ОТА для предприятий	3 z ₉	0,3170	0,6339	0,4689	0,1646	0,3958	0,3068	1,0000
z ₆ -Ввод в действие жилых домов	4z ₆	0,4329	0,4590	0,4609	0,1959	0,1359	0,1959	1,0000
(z ₃)=«Количество предприятий»;	5(z ₃)	0,2111	0,4243	0,9395	0,1959	0,1959	0,1959	1,0000
«количества другие разговоров»	6	0,3916	0,3473	0,4393	0,5495	0,3242	0,3549	1,0000
		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	6,0000

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

Таблица 4. Матрицы A^{+66} , собственных векторов

	номер собственного вектора из A_{66}						
	1	2	3	4	5	6	
1	0,3318	0,3083	0,0001	0,8821	0,0912	0,0921	1,0000
2	#####	0,7394	0,1993	0,1989	0,2400	0,2427	1,0000
3	0,4129	0,4259	0,5108	0,2789	0,3895	0,3972	1,0000
4	0,4605	0,0001	0,6369	0,2172	0,2901	0,5009	1,0000
5	0,4502	0,3961	-	0,0002	0,4053	0,4998	1,0000
6	0,2174	0,1413	0,2594	0,2395	0,7307	0,5236	1,0000
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	6,0000

Таблица 5. Матрицы B^{+66} собственных векторов

1	номер собственного вектора из B_{66}						
	2	3	4	5	6		
0,5109	0,2042	0,1751	0,1404	0,7212	0,3560	1,0000	
0,4223	0,4411	0,4129	0,2175	0,0890	0,6335	1,0000	
0,3170	-0,6339	-0,4689	0,1646	0,3958	0,3068	1,0000	
0,4329	-0,4590	0,4609	0,1959	0,1359	0,1959	1,0000	
0,2111	0,4243	0,9395	0,1959	0,1959	0,1959	1,0000	
0,3916	0,3473	0,4393	0,5495	0,3242	0,3549	1,0000	
1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	6,0000	

Параметры поиска решения ✕

Максимальное время: секунд OK

Предельное число итераций: Отмена

Относительная погрешность: Загрузить модель...

Допустимое отклонение: % Сохранить модель...

Сходимость: Справка

Линейная модель
 Автоматическое масштабирование

Неотрицательные значения
 Показывать результаты итераций

Оценки: линейная квадратичная

Разности: прямые центральные

Метод поиска: Ньютона сопряженных градиентов

Рисунок 1. Окно надстройки «Поиск решения» для программ-таблиц Оптимизационных Задач 1, 2, 3, 4

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

Таблица 6. Модельные матрицы значений валидных переменных U_{mp}

1	2	3	4	5	6	7
Матрица $U_{44,6}$						
1	-0,8739	-0,4322	-0,6322	1,1711	1,1200715	-0,89176087
2	0,0858	1,1516	-0,1140	0,7568	0,9045823	-0,85734558
3	1,8040	-1,1785	-0,5905	-1,1029	0,7918891	-0,76315341
4	0,1399	-0,9036	-0,0401	-1,2384	0,7891336	-0,7507819
5	-3,0105	0,0440	-0,6934	0,9655	0,7791239	-0,71839104
6	0,0281	2,2229	0,8212	-1,3125	0,7496572	-0,69038644
7	0,4797	0,8463	0,4689	0,0554	0,7448773	-0,67868975
8	0,6509	0,3277	1,2091	0,4483	0,613908	-0,66080729
9	-0,8721	-1,1224	0,9823	0,9486	0,6131207	-0,65147243
10	0,6488	-1,6721	-0,2658	0,2320	0,5754439	-0,64652382
11	0,8630	0,7645	0,0779	1,0733	0,4587074	-0,57628739
12	-0,9678	1,0352	-1,8023	-0,5511	0,4160932	-0,5654342
13	1,1360	-0,8728	0,4447	-1,3083	0,3871045	-0,56425329
14	0,2679	0,0595	-1,3965	-0,7000	0,2752661	-0,52228013
15	-1,6397	1,4123	-0,3251	-0,1110	0,2118565	-0,39006806
16	0,6377	-0,5903	1,4210	0,5265	0,2084149	-0,32539881
17	-0,7117	-0,8952	1,0179	-0,0913	0,172217	-0,18430737
18	-0,4359	1,5521	-0,3906	-1,1969	0,1629328	-0,10083905
19	-0,2571	-0,3245	-0,6445	1,6329	0,1504713	-0,06498979
20	-2,0115	-0,8277	0,4351	0,4546	0,1331006	-0,00678858
21	1,5470	-1,5241	0,7615	0,5862	0,1007603	0,07272198
22	2,5794	-0,1944	-0,0982	1,3206	0,0930506	0,08543652
23	2,2465	0,7392	-0,1021	-0,7079	0,0854365	0,09305062
24	0,9320	-1,0568	-0,6337	0,3267	0,072722	0,10076032
25	0,6863	0,8164	1,5276	-1,3184	-0,006789	0,13310057
26	0,2247	0,6968	1,7709	0,9284	-0,06499	0,15047129
27	-1,5893	-0,9930	-0,4824	1,0987	-0,100839	0,16293278
28	0,2752	0,7471	0,7335	1,0424	-0,184307	0,17221703
29	1,0254	1,1170	-1,0393	0,2599	-0,325399	0,20841494
30	-1,2610	-0,3486	1,1342	0,6291	-0,390068	0,21185647
31	0,5036	1,0395	-0,4153	1,6129	-0,52228	0,27526608
32	-2,9875	0,1102	0,4094	-0,1161	-0,564253	0,38710452
33	-1,3620	1,4959	0,1092	-0,6647	-0,565434	0,41609322
34	1,4616	-1,6966	-0,0586	-0,3082	-0,576287	0,45870744
35	1,5494	1,6657	-1,5317	0,3040	-0,646524	0,57544388
36	-0,6794	0,3163	0,7372	-1,5224	-0,651472	0,61312075
37	1,7709	-1,3572	-0,0183	-0,2511	-0,660807	0,61390802
38	-0,5597	-0,7080	-1,7914	-0,4745	-0,67869	0,74487732
39	0,5889	-0,4244	-1,7277	-0,5469	-0,690386	0,74965722

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

40	-0,4264	-0,7163	0,7258	-0,9048	-0,718391	0,77912391
41	-0,1061	1,1903	-0,1577	1,0946	-0,750782	0,78913358
42	-0,8802	-1,4072	-1,2600	-0,8081	-0,763153	0,79188905
43	-3,0908	-1,0030	0,4698	-1,3829	-0,857346	0,90458226
44	1,5897	0,8982	0,9539	-0,8499	-0,891761	1,12007145
	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,000000	0,000000
	1,80670	1,08467	0,82441	0,82441	0,31623	0,31623
	-0,0694	0,002543	-0,0708	0,01803	-0,0972	0,0000

Таблица 7. Модельные матрицы значений валидных переменных V_{mp}

1	2	3	4	5	6	7
	Матрица V _{44,6}					
1	-0,3564	-0,2199	-0,4097	1,1328	-0,0120	1,6504
2	0,0319	0,8249	-0,0631	0,5521	-0,2477	-0,4758
3	1,0270	-0,8598	-0,3754	-1,0183	0,0836	-0,4431
4	0,0522	-0,5567	-0,0221	-1,2529	0,0557	-0,4347
5	-4,3512	0,0211	-0,4629	0,8106	0,1092	-0,4560
6	0,0105	4,2508	0,5865	-1,3929	0,1503	-0,4602
7	0,1834	0,5060	0,2833	0,0305	0,1521	-0,4725
8	0,2547	0,1627	1,0822	0,2749	0,2975	-0,4389
9	-0,3555	-0,7885	0,7690	0,7871	0,2980	-0,4611
10	0,2537	-1,8157	-0,1509	0,1316	0,3313	-0,4389
11	0,3511	0,4393	0,0430	0,9710	0,3509	-0,4392
12	-0,4033	0,6881	-2,1852	-0,3557	0,3346	-0,4266
13	0,4951	-0,5290	0,2663	-1,3848	0,3311	-0,4359
14	0,1005	0,0286	-1,3918	-0,4925	0,2591	-0,4212
15	-0,8617	1,2264	-0,1874	-0,0616	0,2083	-0,3449
16	0,2490	-0,3156	1,4355	0,3354	0,2061	-0,2994
17	-0,2812	-0,5491	0,8136	-0,0505	0,1714	-0,1793
18	-0,1658	1,5144	-0,2296	-1,1780	0,1633	-0,0995
19	-0,0964	-0,1610	-0,4201	2,0675	0,1514	-0,0648
20	-1,2861	-0,4902	0,2597	0,2796	0,1339	-0,0068
21	0,7804	-1,4517	0,5266	0,3856	0,1022	0,0728
22	2,4837	-0,0944	-0,0543	1,4086	0,0944	0,0856
23	1,6730	0,4198	-0,0565	-0,5006	0,0867	0,0934
24	0,3851	-0,7119	-0,4109	0,1907	0,0738	0,1007
25	0,2700	0,4808	1,6334	-1,4044	-0,0067	0,1332
26	0,0841	0,3885	2,1203	0,7597	-0,0633	0,1496
27	-0,8165	-0,6435	-0,2930	1,0115	-0,0961	0,1626
28	0,1033	0,4258	0,4999	0,9231	-0,1627	0,1711
29	0,4335	0,7819	-0,8412	0,1486	-0,2305	0,2063

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHII (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

30	-0,5712	-0,1738	0,9712	0,4242	-0,2362	0,2091
31	0,1930	0,6928	-0,2461	2,0235	-0,1805	0,2682
32	-4,2166	0,0531	0,2422	-0,0644	-0,1356	0,3604
33	-0,6389	1,3911	0,0604	-0,4577	-0,1343	0,3854
34	0,7120	-1,8843	-0,0323	-0,1788	-0,1218	0,4148
35	0,7824	1,7983	-1,6414	0,1762	-0,0042	0,4714
36	-0,2670	0,1567	0,5034	-1,8260	0,0046	0,5149
37	0,9913	-1,1285	-0,0101	-0,1432	0,0218	0,4734
38	-0,2161	-0,3966	-2,1626	-0,2946	0,0292	0,4652
39	0,2283	-0,2155	-2,0314	-0,3522	0,0530	0,5024
40	-0,1621	-0,4027	0,4927	-0,7286	0,1332	0,4818
41	-0,0395	0,8755	-0,0878	1,0048	0,2082	0,4917
42	-0,3594	-1,2170	-1,1618	-0,6096	0,2288	0,4637
43	-4,8635	-0,6538	0,2840	-1,5329	1,9837	0,3615
44	0,8169	0,5518	0,7345	-0,6593	-5,1756	-1,8907
	-0,1673	0,0550	-0,0300	-0,0025	0,0000	0,0000
	1,8067	1,0847	0,8244	0,8244	0,7299	0,2701
				0		
	3,264199567	1,176502506	0,679648964	0,679648964	0,1	0,1
	1,806709597	1,084667002	0,824408251	0,824408251	0,316227766	0,316227766
	1,806709597	1,084667002	0,824408251	0,824408251	0,824408251	0,824408251
	3,264199567	1,176502506	0,679648964	0,679648964	0,1	0,1

Таблица 8. Модельные матрицы Z_{mq} значений $q=z$ -переменных

1	0,89624492	0,283186	-0,45911	-0,6724856	-0,255308	0,216921
2	0,34452035	0,944814	0,690519	-0,0356548	0,487278	0,545117
3	-0,00908697	-0,4589	-0,3611	0,0624017	0,5656776	-0,012597
4	-0,7645614	-0,85088	-0,68385	-0,3773478	-0,331388	-0,22074
5	-0,15592333	-1,25625	-1,29092	-1,752034	-1,051008	-0,403785
6	-1,82891073	1,564661	1,029451	0,1226602	0,4610462	0,40516
7	-0,04749725	1,224037	0,833997	0,4077711	0,2908522	0,547702
8	0,50551658	0,559468	1,127579	1,0143759	-0,2338	0,711452
9	0,88931114	-0,45633	-0,09174	0,2815713	-1,381508	0,240726
10	0,92834968	-1,26196	-0,548	0,0228564	-0,333586	-0,026608
11	0,98612792	0,764588	0,970856	0,5246558	0,5523599	0,606364
12	-1,14062241	0,259136	-1,09552	-1,875806	0,7178678	-0,655745
13	-0,52466823	-0,861	-0,11381	0,351794	-0,171188	-0,086877
14	-0,5699643	-0,43431	-0,87278	-1,0998732	0,6590816	-0,535591
15	-1,09405224	0,91355	-0,34491	-1,1201243	-0,133145	-0,317332
16	0,84713193	-0,07743	0,836462	1,2105314	-0,700886	0,531901
17	-0,04190541	-0,48059	-0,18677	0,2583672	-1,181632	-0,009671
18	-1,67336474	0,846271	-0,02889	-0,7126844	0,6198446	-0,197227
19	1,46277561	-0,02318	-0,08529	-0,1631204	0,09121	0,198063

Impact Factor:

ISRA (India)	= 4.971	SIS (USA)	= 0.912	ICV (Poland)	= 6.630
ISI (Dubai, UAE)	= 0.829	PIHII (Russia)	= 0.126	PIF (India)	= 1.940
GIF (Australia)	= 0.564	ESJI (KZ)	= 8.716	IBI (India)	= 4.260
JIF	= 1.500	SJIF (Morocco)	= 5.667	OAJI (USA)	= 0.350

20	0,00025279	-0,40451	-0,78481	-0,515261	-1,389789	-0,238822
21	1,51613336	-0,81665	0,610165	1,3903024	-0,192315	0,570655
22	2,09695615	0,142483	1,370498	1,481903	1,2115729	0,936869
23	-0,09057217	0,428438	1,06293	0,8871442	1,433693	0,507976
24	0,93911475	-0,80078	-0,22947	0,168075	0,3823725	0,073089
25	-1,17515324	0,676512	1,093796	1,0673795	-0,030926	0,409832
26	0,68667892	1,07387	1,587507	1,4896649	-0,416405	0,860386
27	0,75377339	-0,59646	-0,99359	-0,7481683	-0,838552	-0,336213
28	0,77960508	0,903559	1,093847	0,8532158	0,0823564	0,560846
29	0,21458798	0,642917	0,396771	-0,1232213	1,3708334	0,044739
30	0,22805871	0,051288	0,017964	0,2713588	-1,29756	-0,052576
31	1,24707179	0,948167	0,794359	0,3042487	0,7621904	0,297435
32	-1,14344578	0,09853	-1,07577	-1,1099868	-1,531323	-0,765179
33	-1,51261322	0,960843	-0,10982	-0,6575669	-0,093945	-0,410949
34	0,72583868	-1,3544	-0,27726	0,6312991	0,0094625	-0,191852
35	0,26269926	0,971281	0,628301	-0,0952785	2,1116921	0,076534
36	-1,66868574	0,070406	-0,20405	-0,0558499	-0,489212	-0,431383
37	0,78082496	-1,06674	0,060175	0,8650244	0,3072563	-0,033036
38	-0,37935971	-0,9571	-1,54845	-1,3256349	0,4170499	-0,906011
39	-0,15013922	-0,75071	-0,94372	-0,7728103	1,0137862	-0,623049
40	-0,71248519	-0,54824	-0,33307	0,2512199	-0,722988	-0,339292
41	0,56755072	1,077757	0,708924	0,266027	0,5890113	0,230937
42	-0,56774749	-1,4434	-1,81442	-1,2082168	-0,267861	-1,053623
43	-1,93100792	-0,90929	-1,82365	-1,2201793	-1,907931	-1,17587
44	-0,47724918	0,743034	1,386632	1,45743	0,8157516	0,451309
	2,4724E-06	0,00772	-4,3E-07	-6,183E-07	-2,33E-07	-2,56E-07
	0,9464657	0,680617	0,793937	0,7688665	0,7284625	0,25341
	z 1	z 2	z 3	z 4	z 5	z 6

Таблица 9. Модельные матрицы Z_{mp} значений $p=6$ z -переменных

1	0,4526	0,8858	0,9151	0,3160	-0,0024	0,8205
2	-0,1029	0,1344	-0,6166	-0,3982	0,2509	0,3150
3	0,1740	-0,6370	0,8945	0,5357	-0,7310	-0,6589
4	-0,3853	-0,7837	0,0748	-0,0460	-0,5741	-1,0144
5	-2,0542	-1,1123	-1,0080	-1,8386	-1,1604	-1,4140
6	0,6502	1,3786	-3,0430	-1,8412	1,8734	0,7328
7	0,1940	0,2471	-0,4658	-0,0781	0,4611	0,2699
8	0,4635	1,2208	-0,5136	0,5671	1,2036	0,7453
9	-0,0391	-0,1353	0,1586	0,7051	0,4399	0,2942
10	-0,2140	-1,2020	1,4957	0,9889	-0,9649	-0,6614
11	0,5226	0,1720	-0,0077	0,1394	0,4763	0,8097
12	-0,3351	-0,7811	0,2627	-1,4191	-1,6058	-0,9578
13	0,1071	-0,6782	0,1652	0,3021	-0,1550	-0,6639
14	-0,2122	-0,9004	0,5449	-0,7398	-1,3733	-0,8840
15	-0,1496	0,2226	-0,9148	-0,9874	0,1251	-0,0529
16	0,4198	0,3776	-0,3694	0,9862	1,3723	0,7936
17	-0,0529	-0,0157	-0,1104	0,5084	0,4748	0,0292
18	0,0858	0,2288	-1,0065	-1,0566	0,1373	-0,2990

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHII (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

19	0,2255	0,1839	0,6525	0,2596	-0,0531	0,8992
20	-0,4475	-0,0465	-0,0302	-0,0195	-0,1053	-0,2672
21	0,3960	-0,3482	1,1888	1,4903	0,1276	0,3134
22	2,5834	0,3047	1,8182	2,2867	1,1767	2,5533
23	1,3715	0,1160	0,5358	0,7953	0,5840	0,8791
24	0,1070	-0,3844	0,8870	0,4028	-0,5379	-0,1085
25	0,3878	0,6935	-1,2043	0,4494	1,6211	0,3017
26	0,6370	1,3686	-1,1427	1,0881	2,4984	1,6227
27	-0,4134	-0,1009	0,5187	0,0887	-0,4935	-0,0505
28	0,3012	0,6882	-0,3279	0,2807	0,8581	0,9250
29	0,1807	0,1324	0,0590	-0,4840	-0,3349	0,1643
30	-0,1571	0,5401	-0,4795	0,4139	0,8372	0,4106
31	0,4481	0,7915	0,0997	0,0937	0,5132	1,3598
32	-1,8200	0,3262	-1,2775	-1,4782	-0,4999	-1,2786
33	-0,0326	0,7373	-1,0500	-0,8513	0,4552	0,1043
34	0,0126	-0,7596	1,7088	1,3755	-0,7542	-0,4323
35	0,7304	0,4171	0,1536	-0,9773	-0,4667	0,5097
36	-0,0778	0,2087	-0,5589	-0,2016	0,2364	-0,6401
37	0,5507	-0,2709	1,3028	1,1622	-0,1943	0,1572
38	-0,4169	-0,8276	1,2991	-0,8497	-2,1830	-1,1474
39	-0,1030	-0,6723	1,2655	-0,6774	-1,8736	-0,8550
40	0,0884	0,1828	0,0582	0,3216	0,2390	-0,1715
41	0,6025	0,8830	-0,1049	-0,1211	0,5999	1,0324
42	-0,4532	-0,9967	1,5779	0,0685	-1,8061	-1,2850
43	-0,5208	-0,0976	-0,1547	-1,0145	-0,5868	-1,5164
44	-3,7047	-1,1375	-3,2503	-0,5461	-0,1055	-1,6842
	0,0000	0,0126	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	0,7943	0,4564	1,1613	0,7976	0,9556	0,8138
	z 7	z 8	z 9	z 10	z 11	z 12
	0,94647	0,680617	0,793937	0,76887	0,72846	0,25341

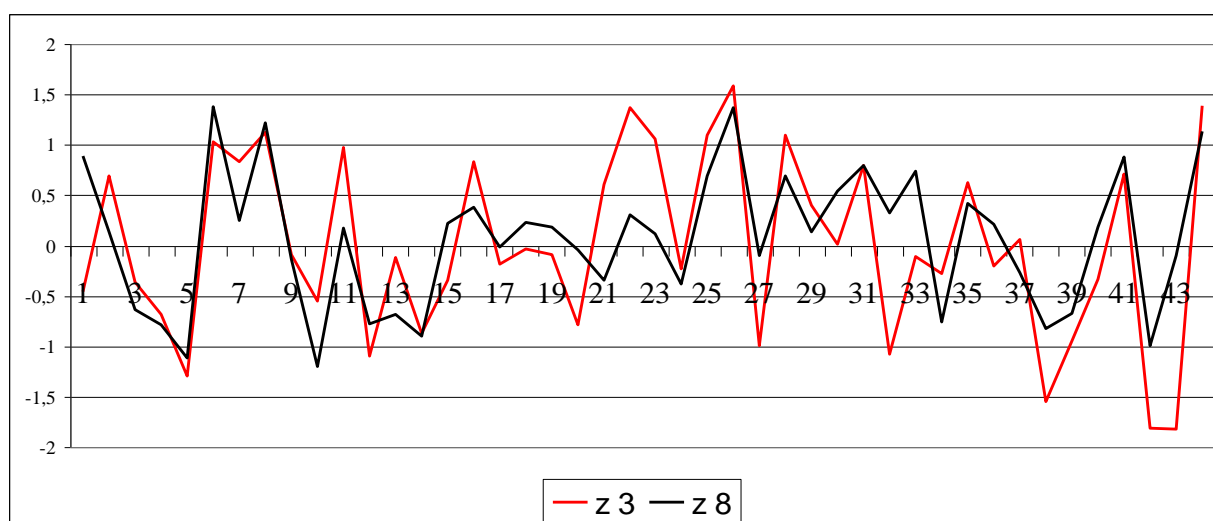


Рисунок 2. Согласованность динамик «междугородный трафик для предприятий» (z3) и «количество междугородных разговоров на 1 предприятие» (z8)

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

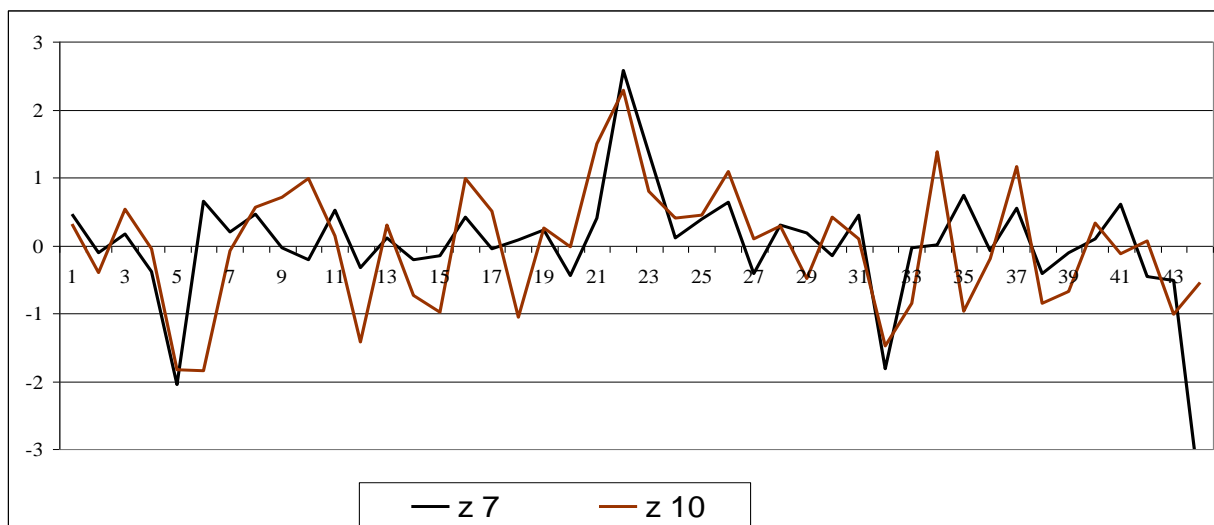


Рисунок 3. Согласованность динамик «количество ОТА для населения» (z_7) и «ввод в действие жилых домов» (z_{10})

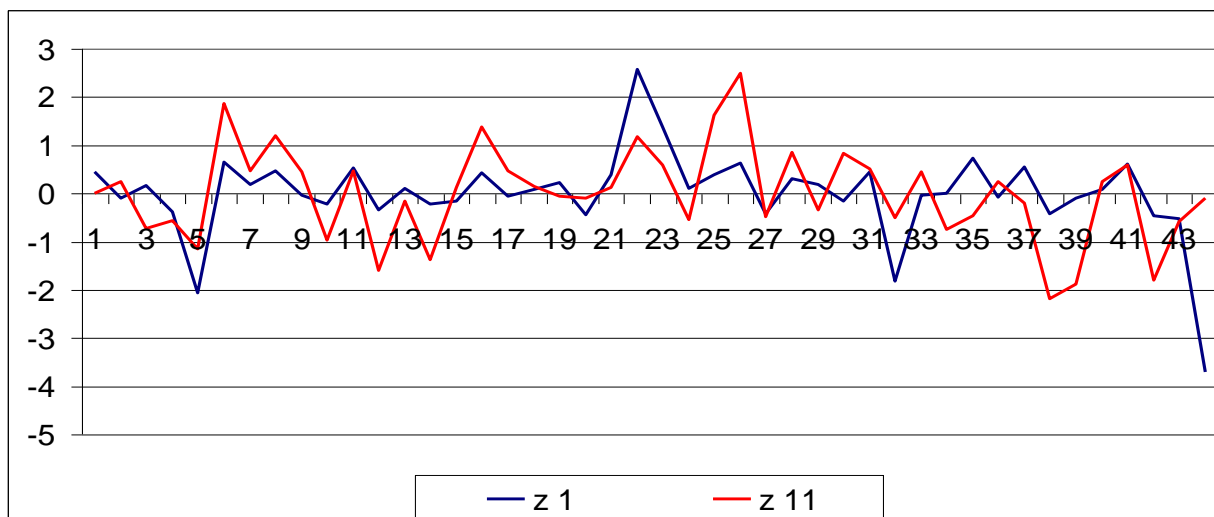


Рисунок 4. Согласованность динамик «расходы предприятий на услуги связи» (z_1) и «количество предприятий» (z_{11})

References:

1. Van den Vollenberg, A.L. (1977). Redundancy analysis - an alternative for canonical correlation analysis.- *Psychometrika*, vol.42, № 26, pp. 207-219.
2. Hotelling, H. (1936). Relations between two sets of variates. *Biometrika*, №28(3-4): pp.321-377.
3. Zhanatauov, S.U. (n.d.). *Metod prognosticheskikh peremennyh*. Vychislitel`nye sistemy.
4. Zhanatauov, S.U. (2018). The Theorems of values of relationships between groups of variables. *ISJ "Theoretical & Applied Science"*, №3(59): 249-256. www.t-science.org.
5. Zhanatauov, S.U., & Seitkamzina, R.B. (2020). Matrices of indicators of recoverable knowledge. *ISJ «Theoretical & Applied Science»*, №3, vol.83, pp.464-475. www.t-science.org.

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
PIHII (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

6. Zhanatauov, S.U. (2015). *Kognitivnaja karta i kognitivnaja model' analiza glavnyh komponent (telekommunikacionnaja otrasl')*. Nacional'naja asociacija uchenyh (NAU). IX Mezhd.nauch.-prakt. konf.: «Otechestvennaja nauka v jepohu izmenenij: postulaty proshlogo i teorii novogo vremeni». Rossija, g. Ekaterinburg, 16-17 maja g. (pp.55-58). Retrieved from <http://national-science.ru/>
7. Zhanatauov, S.U. (2020). Sognitive simulation of price changes and money costs of the population of the Republic of Kazakhstan. *ISJ «Theoretical & Applied Science»*, № 1, vol.81, pp.135-143. www.t-science.org.
8. Zhanatauov, S.U. (2020). Cognitive modeling of dependence of quantities of its in apartments from changes in income and expenditures of population Republic of Kazakhstan. *ISJ «Theoretical & Applied Science»*, №1, vol.81, pp.543-555. www.t-science.org.
9. Zhanatauov, S.U. (2020). Cognitive modeling of dependence of number of individual telephones at enterprises on changes in structures of income and expenditure of enterprises. *ISJ «Theoretical & Applied Science»*, № 2, vol.82, pp.213-221. www.t-science.org.
10. Zhanatauov, S.U. (2020). Formula of the key indicator "power of a profitable enterprise". *ISJ «Theoretical & Applied Science»*, №2, vol.82, pp.222-236. www.t-science.org.
11. Stewart, D., & Love, W. A. (1968). general canonical correlation index.- *Psychological Bulletin*, vol. 70, pp. 160-163.
12. Zhanatauov, S.U. (2017). Theorem on the Λ -samples. *ISJ «Theoretical & Applied Science»*, № 9, vol. 53, pp. 177-192. www.T-Science.org.
13. Zhanatauov, S.U. (2018). Inverse spectral problem with indicated values of components of the eigenvectors. *ISJ Theoretical & Applied Science*, №11(67), pp.358-370. www.t-science.org.
14. Zhanatauov, S.U. (2019). Mathematical model «lower classes do not want, upper circles cannot». *ISJ «Theoretical & Applied Science»*, № 11 (79): pp. 565-583. www.t-science.org.
15. Zhanatauov, S.U. (2019). A matrix of values the coefficients of combinational proportionality. *Int. Scientific Journal Theoretical & Applied Science*, №3 (68), pp.401-419. www.t-science.org.
16. Zhanatauov, S.U. (2018). Modeling eigenvectors with given the values of their indicated components. *Int.Sci. Jour. «Theoretical & Applied Science»*, № 11(67): pp.107-119. www.t-science.org.
17. Zhanatauov, S.U. (2018). Inverse spectral problem. *ISJ Theoretical & Applied Science*, №12(68), pp.101-112. www.t-science.org.
18. Zhanatauov, S.U. (2019). A matrix of values the coefficients of combinational proportionality. *Int. Scientific Journal Theoretical & Applied Science*, №3 (68), pp.401-419. www.t-science.org.
19. Zhanatauov, S.U. (2019). Cognitive model for digitalizing indicators individual consciousness of a civilized entrepreneur. *Int.Sci. Jour. «Theoretical & Applied Science»*, № 8(76): pp. 172-191. www.t-science.org.
20. Zhanatauov, S.U. (2019). Cognitive model of the structure of the municipal body on monitoring the moral environment for subsidies of human resources. *Int.Sci. Jour. «Theoretical & Applied Science»*, № 7(75): pp.401-418. www.t-science.org.
21. Zhanatauov, S.U. (2019). Risk calculation model of interest rate change " yield to maturity date " for the state securities of the Republic of Kazakhstan nominated in tenge. *Int.Sci. Jour. «Theoretical & Applied Science»*, № 9 (77): pp. 401-419. www.t-science.org.
22. Zhanatauov, S.U. (2019). Soefficients of regression, containing mathematically introduced and cognitively extractabled knowledge. *ISJ Theoretical & Applied Science*. № 6 (74): 613-622. www.t-science.org.
23. Zhanatauov, S.U. (2019). Cognitive model of the structure of the municipal body on monitoring the moral environment for subsidies of humanresources. *Int.Sci. Jour. «Theoretical & Applied Science»*, № 7(75): pp.401-418. www.t-science.org.

Impact Factor:	ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
	ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHHI (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
	GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
	JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350
