SOI: 1.1/TAS DOI: 10.15863/TAS

International Scientific Journal

Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) **e-ISSN:** 2409-0085 (online)

Year: 2021 **Issue:** 03 **Volume:** 95

Published: 22.03.2021 http://T-Science.org

QR – Issue QR – Article

Askar Adizovich Yuldashov

Bukhara branch of the Tashkent Institute of Irrigation Engineers and Rural Mechanization

researcher

yuldashov.askar@mail.ru

EQUILIBRIUM OF LIQUID IN MOVING VESSELS

Abstract*: The article discusses the mathematical modeling of pressure on the plunger during the operation of oil wells with sucker rod pumps. The problem of determining the total pressure on the plunger during its upward movement in the riser during the operation of oil wells with a plunger lift is considered. For mathematical modeling of the process, generally accepted assumptions are made regarding the movement of liquid (oil) in the annular space between two cylindrical pipes, one of which moves relative to the other. A theoretical method is proposed for determining the total pressure on the plunger, taking into account the viscoelastic properties of the produced oil. Numerical experiments have studied the effect of the viscoelastic properties of oil on the change in the total pressure on the plunger.*

Key words*: vector, soskd, force, free, geometric, differential, pressure, fluid, closed, mass, field, surface, rectilinear, distribution, level, concentric, cylinders.*

Language*: Russian*

Citation: Yuldashov, A. A. (2021). Equilibrium of liquid in moving vessels. *ISJ Theoretical & Applied Science, 03 (95)*, 223-234.

Soi: http://s-o-i.org/1.1/TAS-03-95-38 ***Doi***: crossref https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2021.03.95.38

Scopus ASCC*: 2200.*

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДАВЛЕНИЯ НА ПЛУНЖЕР ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИИ СКВАЖИН, ДОБЫВАЮЩИХ НЕНЬЮТОНОВСКИЕ НЕФТИ

Аннотация*: При равновесии в движущемся сосуде жидкость, заполняющая сосуд, движется вместе с ним как твердое тело. Давление в жидкости меняется по всем направлениям, кроме тех, которые нормальны к вектору единичной массовой силы; поверхности уровня (поверхности равного давления) в каждой своей точке нормальны направлению вектора единичной массовой силы, действующей в этой точке. Силы давления жидкости на стенки в рассматриваемом случае равновесия благодаря однородности поля массовых сил определяются зависимостями, аналогичными зависимостям для случая равновесия жидкости в неподвижном сосуде.*

Ключевые слова*: вектор, сосуд, сила, свободной, геометрические, дифференциал, давления, жидкость, замкнутых, масса, поля, поверхность, прямолинейно, распределения, уровень, концентрические, цилиндры.*

Введение

При равновесии в движущемся сосуде жидкость, заполняющая сосуд, движется вместе с ним как твердое тело. Закон распределения давления в жидкости выражается дифференциальным уравнением:

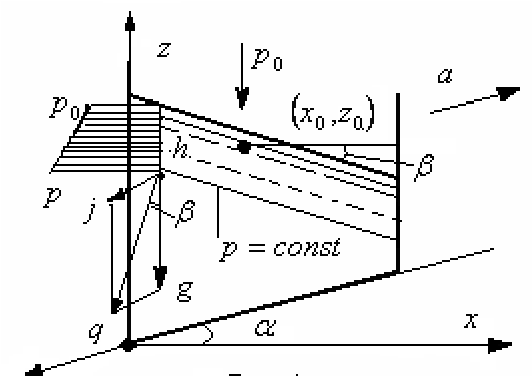

Рис.1.

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz) \qquad (1)$$

где x, y, z - координаты точек жидкости в системеотсчета, связанной с сосудом;

$p = f(x, y, z)$-давление в жидкости;

ρ - плотность жидкости;

X, Y, Z -проекции единичной массовой силы $\bar{q}$ (силы, отнесенной к единице массы) на координатные оси.

Вектор единичной массовой силы $\bar{q}$ в каждой точке жидкости представляет собой сумму единичной силы веса $\bar{g}$ и единичной силы инерции $\bar{j}$ переносного движения:

$$\bar{q} = \bar{g} + \bar{j}, \bar{j} = -\bar{a} \qquad (2)$$

где $\bar{a}$ -переносное ускорение в данной точке жидкости. Давление в жидкости меняется по всем направлениям, кроме тех, которые нормальны к вектору единичной массовой силы; поверхности уровня (поверхности равного давления) в каждой своей точке нормальны направлению вектора единичной массовой силы, действующей в этой точке. Дифференциальное уравнение поверхностей уровня (в частности, свободной поверхности жидкости и поверхности раздела несмешивающихся жидкостей) имеет вид:

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0\,. \qquad (3)$$

Постановка задачи.

В случае равновесия жидкости в сосуде, движущемся прямолинейно с постоянным ускорением $\bar{a}$, поле массовой силы представляет собой семейство одинаковых по величине и направлению векторов $\bar{q}$ (рис.1).

В системе прямоугольных осей координат x, y, z ,связанной с сосудом (ось y перпендикулярна плоскости движения), уравнение поверхности уровня (в частности, свободной поверхности), проходящей через точку (x_0, z_0), имеет вид:

$$z - z_0 = -\frac{a\cos\alpha}{g + a\sin\alpha}(x - x_0) \qquad (4)$$

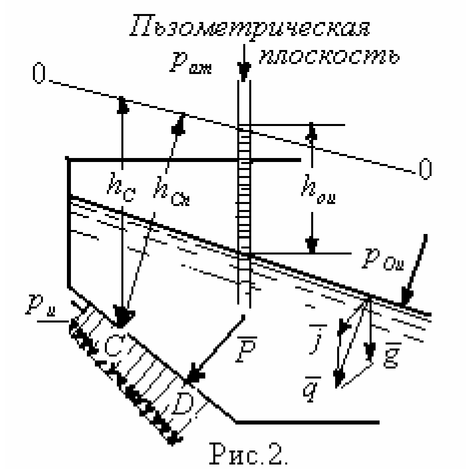

Рис.2.

где x, z - координаты произвольной точки поверхности уровня; α - угол наклона к горизонту вектора ускорения $\bar{a}$,

Поверхности уровня - семейство параллельных плоскостей, нормальных к плоскости движения и наклоненных к горизонту под углом β, для которого

$$tg\beta = -\frac{a\cos\alpha}{g + a\sin\alpha} \quad (5)$$

Закон распределения давления выражается уравнением

$$p = p_0 - [a\cos\alpha(x - x_0) + \\ +(g + a\sin\alpha)(z - z_0)] \quad (6)$$

где p_0 - давление в точке с координатами (x_0, z_0) и p -давление в произвольной точке жидкости с координатами (x, z).

Если точка (x_0, z_0) расположена на свободной поверхности жидкости в сосуде, открытом в атмосферу, то $p_0 = p_{am}$ (атмосферное давление).

Из уравнения (6) следует линейность закона изменения давления в жидкости по любому направлению. В частности, давление в точках, находящихся на глубине h под поверхностью уровни с давлением p_0 равно:

$$p = p_0 + \rho(g + a\sin\alpha)h = \\ = p_0 + \gamma\left(1 + \frac{a}{g}\sin\alpha\right)h \quad (7)$$

Для жидкости, заполняющей сосуд, открытый в атмосферу, избыточное давление на глубине h под свободной поверхностью равно:

$$p_u = \gamma\left(1 + \frac{a}{g}\sin\alpha\right)h \quad (8)$$

Последняя формула применима и в случаях замкнутых сосудов с избыточным давлением или вакуумом над жидкостью, если отсчитывать глубины h от пьезометрической плоскости (поверхности уровня, давление в точках которой равно атмосферному).

Можно пользоваться также выражением

$$p_u = \rho q h_n \quad (9)$$

где h_n - расстояние по нормали от точки до пьезометрической плоскости (рис.2).

Из приведенных уравнений выводятся уравнения равновесия жидкости в горизонтально движущемся сосуде $(\alpha = 0)$, в сосуде, движущемся вертикально вверх ($\alpha = \frac{\pi}{2}$), и сосуде, движущемся вертикально вниз ($\alpha = \frac{3\pi}{2}$).

Силы давления жидкости на стенки в рассматриваемом случае равновесия благодаря однородности поля массовых сил определяются зависимостями, аналогичными зависимостям для случая равновесия жидкости в неподвижном сосуде.

Величина силы давления, воспринимаемой плоской стенкой, на несмоченной стороне которой давление равно атмосферному (рис.2), вычисляется по формуле:

$$P = p_{Cu}F \quad (10)$$

где F - площадь стенки;

p_{Cu} - избыточное давление в центре тяжести стенки, определяемое по формулам (8) или (9) через расстояние h_C или h_{Cn} от центра тяжести стенки до пьезометрической плоскости.

Расстояние между свободной поверхностью и пьезометрической плоскостью определяется величиной p_{0u} избыточного давления на свободной поверхности.

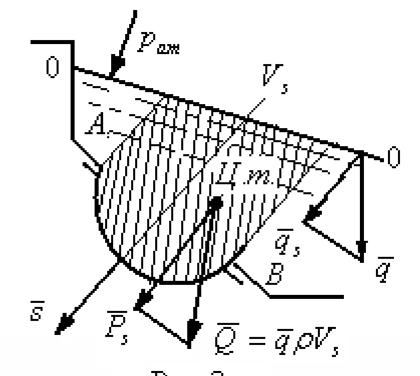

Рис.3,а.

Сила P нормальна к стенке и проходит через центр давления D, положение которого для данной стенки зависит от величины и направления вектора $\bar{a}$ переносного ускорения.

Сила давления жидкости на криволинейную стенку вычисляется суммированием составляющих по координатным осям. Составляющая силы давления по заданному направлению s равна (рис. 3,а):

$$P_s = \rho q_s V_s \quad (11)$$

где q_s - проекция вектора единичной массовой силы на направление s;

V_s - объем тела давления, построенного параллельно направлению s между поверхностью стенки и пьезометрической плоскостью.

Линия действия силы P_s проходит через центр тяжести объема V_s.

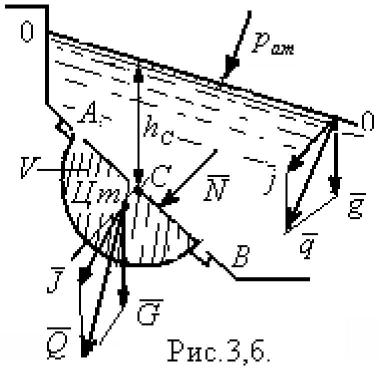

Рис.3,б.

Силу давления P жидкости на криволинейную стенку можно определить также из условий относительного равновесия объема V жидкости, заключенного между криволинейной стенкой и плоским сечением, проведенным через граничный контур стенки (рис.3,б):

$$\bar{P} = \bar{N} + \bar{G} + \bar{J} = \bar{N} + \bar{Q} \quad (12)$$

где $\bar{N}$ - сила давления на плоское сечение ACB**,** проведенное через граничный контур стенки, вычисляемая по формуле (10);

$\bar{G}$ - вес объёма V жидкости ($G = \rho g V$);

$\bar{J}$ - сила инерции жидкости, заключенной а объеме V ($J = \rho a V$);

$\bar{Q} = \bar{G} + \bar{J}$ -суммарная массовая сила, равная

$$\bar{Q} = \bar{G} + \bar{J} \ \ (Q = \rho q V)$$

Сила давления жидкости на погруженное в нее твердое тело (рис.4) складывается из вертикальной архимедовой силы $P_B = \gamma V$, обусловленной весомостью жидкости, и силы $P_u = \rho a V$ обусловленной инертностью жидкости и направленной вдоль вектора $\bar{a}$ переносного ускорения.

Результирующая сила $\bar{P} = \bar{P}_B + \bar{P}_u$ проходит через центр тяжести вытесненного телом объема V жидкости и направлена в сторону, противоположную вектору $\bar{q}$ единичной массовой силы.

Решение задачи.

В случае равновесия жидкости в сосуде, равномерно вращающемся относительно вертикальной оси, поле массовых сил $\bar{q}$ неоднородно. Вектор массовой силы $\bar{q}$ - сумма вектора $\bar{g}$ и вектора единичной центробежной силы инерции $\bar{j} = \omega^2 r$, где ω - угловая скорость вращения сосуда. Поверхности уровня представляют собой конгруэнтные[1] параболоиды вращения, ось которых совпадает с осью вращения сосуда (рис.5).

Уравнение поверхности уровня (в частности, свободной поверхности жидкости) во вращающихся вместе с сосудом цилиндрических координатах (r, z) имеет вид:

$$\left(z - z_0\right) = \frac{\omega^2 r^2}{2g} \quad (13)$$

Две геометрические фигуры называются конгруэнтными, если одну из них можно совместить с другой, изменив только ее положение в пространстве.

где z_0 - вертикальная координата вершины параболоида поверхности уровня;

r, z - координаты любой точки поверхности уровня.

Высота параболоида $H = \dfrac{\omega^2 R^2}{2g}$, где R - радиус сосуда.

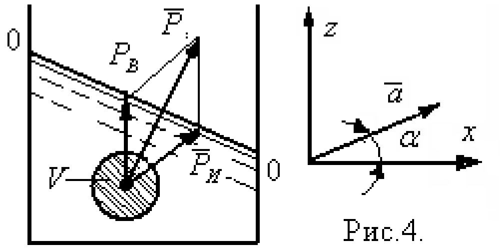

Рис.4.

Закон распределения давления в жидкости выражается уравнением

$$p = p_0 + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} - \gamma (z - z_0) \qquad (14)$$

где p_0 - давление в точках параболоида поверхности уровня, вертикальная координата вершины которого равна z_0; p - давление в произвольной точке жидкости с координатами r и z.

Из уравнения (14) следует линейность закона распределения давления в жидкости по вертикальному направлению (рис.5). В частности, давление в любой точке на глубине h под поверхностью уровня с давлением p_0 равно:

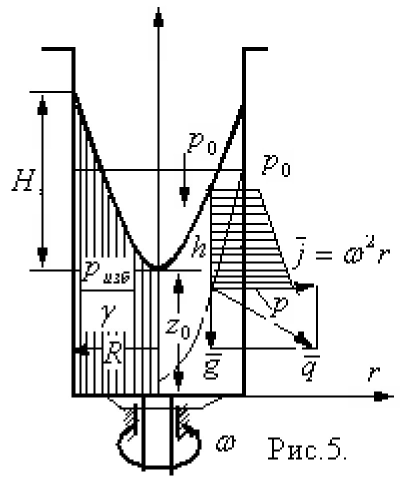

Рис.5.

$$p = p_0 + \gamma h \qquad (15)$$

Избыточное давление в точках на глубине h под параболоидом пьезометрической поверхности (в открытом сосуде- под параболоидом свободной поверхности) равно;

$$p_и = \gamma h \qquad (16)$$

Из того же уравнения (14) следует параболический закон распределения давления по радиусу (см. рис.5. где на левой стороне изображено распределение избыточного давления в точках дна).

Положение свободной поверхности жидкости в сосуде (координата z_0 вершины параболоида) при заданной угловой скорости вращения сосуда определяется объемом находящейся в нем жидкости. При этом используются следующие соотношения:

а) объем параболоида вращения равен половине произведения площади его основания на высоту (рис.5):

$$W_{параболоид} = \frac{1}{2} \pi R^2 H \qquad (17)$$

б) объем жидкости во вращающемся цилиндрическом сосуде в случае, когда свободная поверхность жидкости пересекает дно сосуда, равен (рис.6):

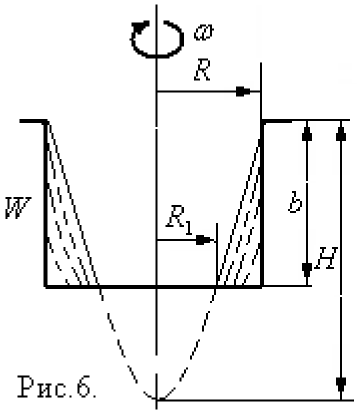

Рис.6.

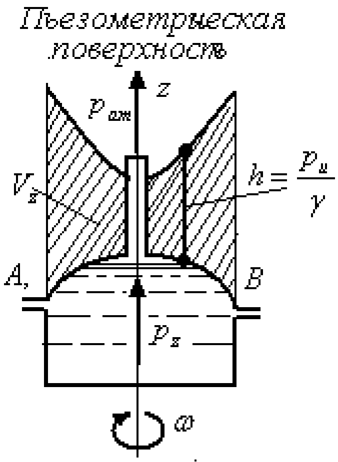

Рис.7.

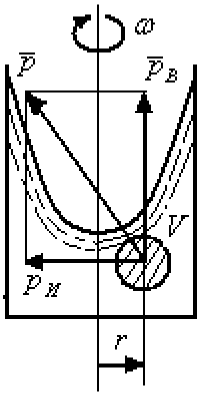

Рис.8.

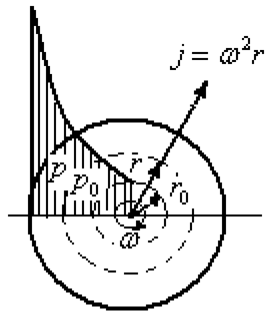

Рис.9.

$$W = \pi\left(R^2 - R\right)\frac{b}{2} = \frac{\pi g}{\omega^2}b^2 \qquad (18)$$

В случае, когда свободная поверхность отсутствует, положение пьезометрической поверхности определяется из условия, что она проходит через точку жидкости, давление в которой равно атмосферному.

Общим методом определения сил давления жидкости на стенки в рассматриваемом случае равновесия жидкости является получение функции, выражающей закон распределения сил давления по заданной поверхности и, далее, интегрирование этой функции по площади стенки. Использование такого аналитического способа расчета иллюстрируется примером 2.

Решение упрощается при определении составляющей силы давления, действующей на стенку вдоль оси вращения сосуда, поскольку инерционные массовые силы не проектируются на это направление. Осевая сила давления жидкости на стенку (рис.7) может быть определена по формуле

$$P_z = \gamma V_z \qquad (19)$$

где V_z - объем тела давления, построенного параллельно направлению z между стенкой и пьезометрической поверхностью. Сила давления жидкости на погруженное в нее твердое тело (рис.8) складывается из вертикальной архимедовой силы $P_B = \gamma V$ и центростремительной силы $P_И = \rho V\omega^2 r$, где r - расстояние от оси вращения до центра тяжести вытесненного телом объема V жидкости; результирующая сила равна $\overline{P} = \overline{P}_B + \overline{P}_И$.

Результаты расчетов и выводы

В случае вращения сосуда вокруг горизонтальной оси поле массовых сил неоднородно и несимметрично относительно оси вращения. При вращении сосуда с большой угловой скоростью единичные центробежные силы инерции $j = \omega^2 r$ велики по сравнению с единичной силой веса g и последней можно в расчетах пренебречь.

При указанном условии поверхности уровня представляют собой концентрические цилиндры с осями, совпадающими с осью вращения сосуда (рис.9). Закон распределения давления для этого случая выражается уравнением

$$p = p_0 + \rho \frac{\omega^2 \left(r^2 - r_0^2\right)}{2} \qquad (20)$$

где p_0 - давление в точках цилиндрической поверхности радиуса r_0; p - давление в точках цилиндрической поверхности произвольного радиуса r.

Как видно из уравнения (20), закон распределения давления по радиусу является параболическим.

Такие приближенные решения могут применяться в соответствующих случаях при любом расположении оси вращения сосуда.

Пример 1 (рис. 10.а). Сосуд с квадратным основанием $l \times l$, имеющий собственный вес G, наполнен водой до высоты h и скользит по горизонтальной плоскости под действием груза Q. Найти:

1) высоту H сосуда, необходимую для сохранения в нем всей жидкости во время движения, если задан коэффициент трения f сосуда о плоскость скольжения;

2) величины сил давления воды на переднюю и заднюю стенки сосуда.

Решение. Предварительно определим ускорение a сосуда; из уравнения движения системы сосуд — груз (трением в ролике пренебрегаем)

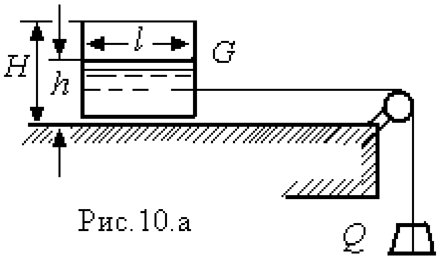

Рис.10.а

$$\left(\frac{G}{g} + \frac{\gamma l^2 h}{g} + \frac{Q}{g}\right) a = Q - \left(G + \gamma \cdot l^2 h\right) f \ ;$$

$$a = g \cdot \frac{Q - \left(G + \gamma \cdot l^2 h\right) f}{Q + G + \gamma \cdot l^2 h} \ .$$

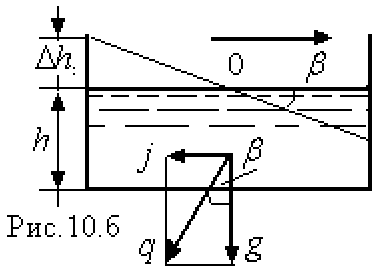

Рис.10.б

При горизонтальном движении сосуда с ускорением a свободная поверхность жидкости наклонится к горизонту под углом β, определяемым из условия, что свободная поверхность нормальна к вектору единичной массовой силы; в данном случае можно непосредственно получить (см. рис.10.б):

$$tg\beta = -\frac{a}{g}$$

Тот же результат получим, используя общее уравнение (5) при $\alpha = 0$.

Для решения первого вопроса задачи вычислим высоту Δh, на которую поднимается жидкость у задней стенки сосуда.

Из условия неизменности объема воды в сосуде следует, что свободная поверхность должна повернуться вокруг оси O, расположенной на середине длины сосуда и нормальной к плоскости движения. Таким образом:

$$\Delta h = -\frac{1}{2} tg\beta = \frac{l}{2} \cdot \frac{a}{g}$$

и требуемая высота сосуда

$$H = h + \Delta h = h + \frac{l}{2} \cdot \frac{a}{g}$$

Сила давления воды на заднюю стенку сосуда [см. формулу (10)] равна:

$$P_1 = \gamma \frac{h + \Delta h}{2} l(h + \Delta h) = \gamma \frac{l}{2}(h + \Delta h)^2 = = \gamma \frac{l}{2}\left(h + \frac{l}{2}\frac{a}{g}\right)^2$$

Аналогичным образом сила давления воды на переднюю стенку сосуда

$$P_2 = \gamma \frac{h - \Delta h}{2} l(h - \Delta h) = \gamma \frac{l}{2}(h - \Delta h)^2 = = \gamma \frac{l}{2}\left(h - \frac{l}{2}\frac{a}{g}\right)^2$$

Нетрудно видеть, что разность сил P_1 и P_2 равна силе инерции жидкости в сосуде.

Ответ: $P_1 - P_2 = \gamma h \dfrac{al^2}{g}$

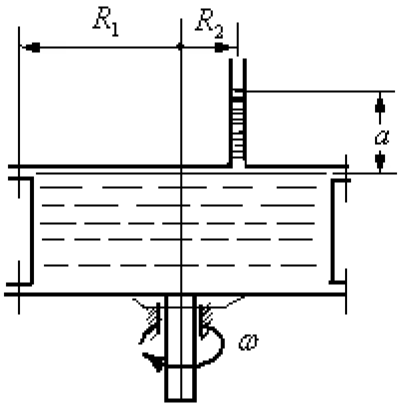

Рис.11.а

Пример 2. Цилиндрический сосуд радиуса R_1 наполнен жидкостью удельного веса γ до уровня a открытой трубке малого диаметра, установленной на крышке сосуда на расстоянии R_2 от центра, и приведен равномерное вращение относительно центральной вертикальной оси (рис.11.а).

1) Определить наибольшую угловую скорость вращения сосуда, до которой сохранится относительное равновесие жидкости.

2) Установить зависимость величины силы давления жидкости на крышку от угловой скорости вращения сосуда.

Решение. Прежде всего, найдем закон распределения избыточного давления в жидкости, заполняющей сосуд. Для этого используем уравнение(14), положив в нем $p_0 = p_{am}$ Тогда

$$p_И = \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} - \gamma(z - z_0)$$

Неизвестную высоту z_0 вершины параболоида с атмосферным давлением найдем, используя заданное граничное условие, которое при выборе начала координат в центре крышки имеет вид:

$$p_И = 0 \text{ при } r = R_2 \text{ и } z = a .$$

Подстановка этого условия в последнее уравнение дает:

$$\rho \frac{\omega^2 R_2^2}{2} - \gamma(a - z_0) = 0$$

Откуда

$$z_0 = a - \frac{\omega^2 R_2^2}{2g}$$

и искомый закон распределения давления

$$p_И = \rho \frac{\omega^2}{2}\left(r^2 - R_2^2\right) + \gamma(a - z)$$

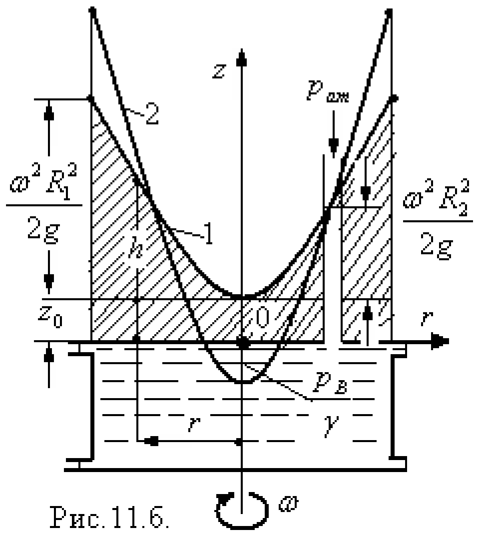

Рис.11.6.

Для точек на поверхности крышки $z = 0$ и распределение избыточного давления

$$p_И = \rho \frac{\omega^2}{2}\left(r^2 - R_2^2\right) + \gamma a$$

Из рис.11.6 видно, что это выражение приводится к виду:

$$p_И = \gamma h$$

где h - глубина точки под пьезометрической поверхностью (параболоид 1).

При возрастании угловой скорости вращения сосуда давление $p_И$, оставаясь постоянным в точках $r = R_2 (\, p_И = \gamma a\,)$, уменьшается в центральной части крышкии увеличивается на ее краях. При достаточно большой величине ω пьезометрическая поверхность пересекает крышку сосуда (параболоид 2) и в ее центральной части возникает вакуум, имеющий максимум в точке *O*. Когда абсолютное давление в точке *O* упадет до давления насыщенных паров жидкости $p_{н.п.}$, произойдет разрыв ее оплошности и жидкость начнет выбрасываться из сосуда. Величину угловой скорости, соответствующей описанному явлению, найдем, используя условие образования разрыва в жидкости:

$$p_И = -\left(p_{ат} - p_{н.п.}\right) \text{при } r = 0$$

Подставляя это значение $p_И$ в уравнение распределение давления на крышке, получим искомую угловую скорость:

$$\omega_{макс} = \frac{1}{R_2}\sqrt{2g\frac{p_{ат} - p_{н.п.}}{\gamma} + a}$$

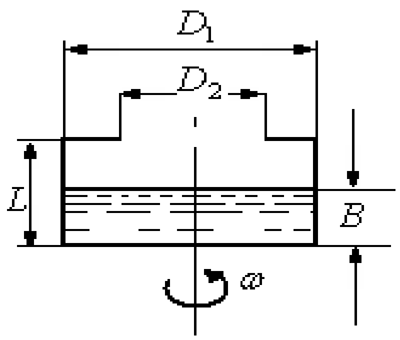

Рис.12.а.

Силу давления на крышку получим аналитическим способом, суммируя элементарные силы избыточного давления.

Разбивая поверхность крышки на элементарные кольцевые площадки и используя формулу для избыточного давления на крышке, получим для любой угловой скорости

$$\omega \prec \omega_{макс}:$$

$$P = \int_0^{R_1} p_И \cdot 2\pi r dr =$$

$$= \int_0^{R_1} \left[\rho \frac{\omega^2}{2} \left(r^2 - R_2^2 \right) + \gamma a \right] 2\pi r dr =$$

$$= \pi R_1^2 a\gamma + \frac{\pi R_1^2 \gamma}{2g} \left(\frac{R_1^2}{2} - R_2^2 \right) \omega^2$$

Силу P можно найти и геометрическим способом, вычисляя вес тела давления V_z, построенного вдоль оси вращения между смоченной поверхностью крышки сосуда и пьезометрической поверхностью (объем тела давления заштрихован на рис.11.б); используя формулу (17), получим:

$$V_z = \pi R_1^2 z_0 + \frac{1}{2} \pi \frac{\omega^2 R_1^2}{2g} =$$

$$= \pi R_1^2 \left(a - \frac{\omega^2 R_2^2}{2g} \right) + \frac{1}{2} \pi R_1^2 \frac{\omega^2 R_1^2}{2g}$$

Сила давления $P = \gamma \cdot V_z$.

Ответ:

$$P = \pi R_1^2 a\gamma + \frac{\pi R_1^2 \gamma}{2g} \left(\frac{R_1^2}{2} - R_2^2 \right) \omega^2$$

Из полученной зависимости P от ω можно видеть, что если радиус расположения трубки равен $R_2^* = \dfrac{R_1}{\sqrt{2}}$, то сила давления жидкости на крышку сосудане зависит от скорости вращения и равна:

$$P^* = \pi R_1^2 a\gamma$$

Если $R_2 \succ R_2^*$,,то с ростом ω сила P уменьшается, если $R_2 \prec R_2^*$, то с ростом ω сила P увеличивается.

Пример 3. (Рис.12). Цилиндрический сосуд диаметра D_1,и высоты L, имеющий в верхней крышке центральное отверстие D_2, заполнен до высоты *B* жидкостью удельного веса γ.

Определить:

1) Угловую скорость вращения, при которой жидкость начнет выливаться из сосуда.

2) Силу давления на верхнюю закраину при этой углевой скорости.

Решение. Жидкость начнет выливаться из сосуда, когда ее свободная поверхность по мере увеличения угловой скорости достигнет кромки закраины (точка *A* на рис.12.б). При этом вершина параболоида свободной поверхности в зависимости от объема жидкости в сосуде может расположиться ниже или выше дна сосуда (параболоиды 1 и 2).

Найдем прежде всего, какому объему жидкости отвечает параболоид 3, вершина которого касается дна; пользуя формулу (17), получим:

$$W^* = \frac{1}{4} \left(D_1^2 - D_2^2 \right) L + \frac{1}{2} \frac{\pi D_2^2}{4} L =$$

$$= \frac{\pi}{4} \left(D_1^2 - \frac{1}{2} D_2^2 \right) L$$

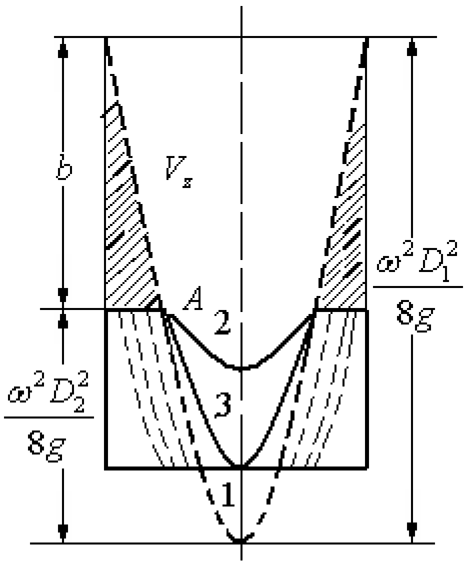

Рис.12.б.

Соответствующая высота заполнения сосуда:

$$B^* = \frac{W^*}{\frac{\pi D_1^2}{4}} = \left(1 - \frac{1}{2}\frac{D_2^2}{D_1^2}\right)L.$$

Если заданная в задаче высота $B \prec B^*$, имеем случай 1. Искомую угловую скорость определим из условия неизменности объема жидкости в сосуде, используя формулу (18):

$$\frac{\pi D_1^2}{4}B = \frac{\pi}{4}\left(D_1^2 - D_2^2\right)L + \frac{\pi \cdot g}{\omega_1^2}L^2$$

$$\omega_1 = \frac{2L}{D_1}\sqrt{\frac{g}{B - \left(1 - \frac{D_2^2}{D_1^2}\right)L}}$$

Если $B \succ B^*$, имеем случай 2; из условия сохранения объема жидкости в сосуде получим с помощью формулы (17):

$$\frac{\pi D_1^2}{4}B = \frac{\pi D_1^2}{4}L - \frac{1}{2}\frac{\pi D_2^2}{4}\frac{\omega_2^2 D_2^2}{8g}$$

$$\omega_2 = \frac{4D_1}{D_2^2}\sqrt{g(L-B)}$$

Выражения для ω_1 и ω_2 совпадают при $B = B^*$.

$$\omega_2 = \frac{2}{D_2}\sqrt{2gL}$$

Сила давления жидкости на закраину вычисляется по формуле (19), в которой объем тела давления:

$$V_z = \frac{\pi g}{\omega^2}b^2 = \frac{\pi g}{\omega^2}\left[\frac{\omega^2 D_1^2}{8g} - \frac{\omega^2 D_2^2}{8g}\right]^2$$

Ответ: Сила давления жидкости на закраину:

$$P_z = \frac{\pi g}{\omega^2}b^2\gamma = \frac{\pi}{2\sqrt{2}\omega}\gamma\left(D_1^2 - D_2^2\right)^2$$

Пример 4. Для измерения ускорения горизонтально движущегося тела может быть использована закрепленная на нем $\cup$-образная трубка малого диаметра, наполненная жидкостью. (Рис.13.).

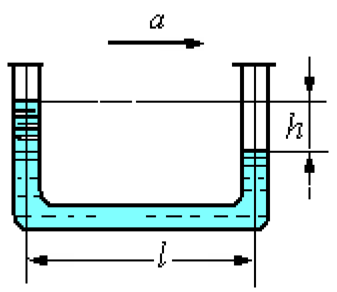

Рис.13

С каким ускорением движется тело, если при движении установилась разность уровней жидкости в ветвях трубки, равна $h = 5см$ при расстоянии между ними $l = 30см$?

Решение. При горизонтальном движении сосуда с ускорением a свободная поверхность жидкости наклонится к горизонту под углом β, определяемым из условия, что свободная поверхность нормальна к вектору единичной массовой силы; в данном случае можно непосредственно получить (рис.13.):

Тот же результат получим, используя общее уравнение (5) при $\alpha = 0$.

$$tg\beta = -\frac{a}{g}$$

Находим угол наклона по рис.1. $tg\beta = -\frac{a}{g} = -\frac{h}{l} = -\frac{5см}{30см} = -0{,}166$. Отсюда находим

$$a = 0{,}166 \cdot 9{,}81\frac{м}{сек^2} = 1{,}635\frac{м}{сек^2}$$

Ответ: $a = 1{,}635\frac{м}{сек^2}$.

References:

1. Yuldashov, A.A. (2011). Izmeneniya energii pri dvijenii zakruchennogo potoka dispersnoy smesi v silindricheskoy trube. *Jurnal «Problem mexaniki» Uzbekistan. Izdaniya*, № 1, pp. 38-41.
2. Yuldashov, A.A. (2008). Issledovaniye nestatsionarnogo dvijeniya gazojidkostnix smesey v silindricheskix trubax. *Voprosi vichislitelnoy I prikladnoy matematiki: Sb.nauchn. tr. IMIT AN Uzbekistan*., pp. 85-92.
3. Yuldashov, A.A. (2019). Dinamika obrozovaniya voln pri vzimodeystvii dispersnix smesey v vodotokax. *The way of science international scientific journal, № 11(69) vol-II*, pp. 80-84.
4. Yuldashov, A.A. (2020). Uchyot vixrevix zon v kanale s pritokom i algoritmi ix raschyota. *The way of science international scientific journal, № 12(82)* , pp. 8-11.
5. Abdurashidov, A. A. (2017). Resheniya nelineynix volnovix uravneniy metodom variasionnix iterasiy. *Mejdunarodniy nauchniy jurnal: Molodoy ucheniy*, 6, pp. 4-8.
6. Akilov, Zh., Irmatov, Ye. K., & Khudzhayerov, B., & Mamatkulov, M. (1977). Analiz vliyaniya tekhnologicheskikh parametrov na rabotu glubinnykh nasosnykh skvazhin na dobychu n'yu-yorkskoy i n'yutonskoy nefti. *«Geologiya i razrabotka neftyanykh mestorozhdeniy Sredney Azii». Trudy SredAzNIPIneft. Vyp.4, Groznyy*. pp.63-69.
7. Mirzadzhanzade, A. Kh., et al. (1968). *Teoriya i praktika primeneniya glubinnykh nasosov s gidravlicheskim zatvorom* (p.158). Moscow: Nedra.
8. Ametov, K. M., Baydukov, Yu. N., Ruzin, L. M., & Spiridonov, Yu. A. (1985). *Dobycha tyazheliks i vysokovyazkis neftey* (p.205). Moscow: Nedra.
9. Mirzadzhanzade, A. Kh., Khasanov, R. N., & Bakhtizin, R. N. (1999). *Etyudy o modelirovanii slozhnykh sistem neftedobychi. Nelineynost, neravnovesnost, neodnorodnost.* (p.464). Ufa: Gilem.
10. Khudzhayorov, B. Kh. (2000). *Reologicheskiye svoystva smesey*. (p.216). Samarkand.