

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИИ (Russia) = 0.126
 ESJI (KZ) = 9.035
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)

International Scientific Journal
Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2021 Issue: 05 Volume: 97

Published: 15.05.2021 <http://T-Science.org>

QR – Issue



QR – Article



Vladimir Bogutskiy
 Sevastopol State University,
 Associate Professor, candidate of technical sciences,
 Russian Federation
bogutskiyv@yandex.ru

Leonid Shron
 Sevastopol State University
 Associate Professor, candidate of technical sciences
 Russian Federation
shronlb@mail.ru

ESTIMATION OF THE INFLUENCE OF SKEWING AND NONCOAXIALITY OF THE BEARING RINGS ON THE AXIS VIBRATIONS OF THE SPINDLE OF A METAL-CUTTING MACHINE

Abstract: The article notes that as a result of the processes of mechanical processing, heat treatment and assembly of parts included in the machine spindle assembly, in the latter occur deviations in the location of their responsible base surfaces. Are given the obtained analytical dependences, which make it possible to determine the modulus and phase of the angles of mutual misalignment of the rolling surfaces of the outer and inner rings of the bearings of each of the supports. Calculations based on the obtained dependences showed that the axis of rotation is curved, and the geometric axis of the spindle describes a closed shape around the axis of rotation. Based on theoretical studies and computer modeling of the spindle assembly, conclusions are drawn about the influence of the misalignment of the outer rings of bearings and the deviation from the alignment of the inner rings of bearings on the runout of the spindle axis, the displacement of the center of rotation and the runout of the working end of the spindle.

Key words: spindle assembly, spindle rotation, skew angles, deviation from alignment, modeling, changing the position of the center of rotation.

Language: Russian

Citation: Bogutskiy, V., & Shron, L. (2021). Estimation of the influence of skewing and noncoaxiality of the bearing rings on the axis vibrations of the spindle of a metal-cutting machine. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 05 (97), 201-207.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-05-97-40> **Doi:**  <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2021.05.97.40>
Scopus ASCC: 2210.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПЕРЕКОСА И СООСНОСТИ КОЛЕЦ ПОДШИПНИКОВ НА БИЕНИЕ ШПИНДЕЛЯ МЕТАЛЛОРЕЖУЩЕГО СТАНКА

Аннотация: В статье отмечается, что в результате процессов механической обработки, термической обработки и процесса сборки деталей входящих в узел шпинделя станка в последнем возникают отклонения расположения ответственных их базовых поверхностей. Приведены полученные аналитические зависимости, позволяющие определять модуль и фазу углов взаимного перекоса поверхностей качения наружных и внутренних колец подшипников каждой из опор. Расчёты по полученным зависимостям показали, что ось вращения является криволинейной, а геометрическая ось шпинделя описывает вокруг оси вращения замкнутую фигуру. На основании теоретических исследований и проведенного компьютерного моделирование работы шпиндельного узла сделаны выводы о влиянии перекоса

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 1.582	ПИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 9.035	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 7.184	OAJI (USA) = 0.350

наружных колец подшипников и отклонения от соосности внутренних колец подшипников на биение оси шпинделя, смещение центра вращения и величину биения рабочего конца шпинделя.

Ключевые слова: шпиндельный узел, вращение шпинделя, углы перекоса, отклонение от соосности, моделирование, изменение положения центра вращения.

Введение

УДК 539.374

Развитие машиностроительной отрасли требует гарантирования точности механической обработки, обеспечение производительности процесса, сокращение затрат времени и средств на переналадку оборудования при переходе на производство нового изделия. Одним из основных узлов, оказывающих непосредственное и существенное влияние на точность и производительность станка, является шпиндельный узел. Он является ответственным элементом формообразующей системы и, в зависимости типа оборудования, несет заготовку или инструмент, обеспечивает главное движение резания при обработке. [1-5 и др.].

В результате как механической, так и термической обработки элементов шпиндельного узла, как правило, возникают отклонения расположения ответственных базовых поверхностей деталей узла, такие как: отклонения от соосности посадочных поверхностей, параллельности плоскостей, перпендикулярности осей к торцовым поверхностям и др. [6-9 и др.]. На перечисленные отклонения дополнительно накладываются погрешности, возникающие в процессе сборки узла [1, 3, 7 и др.].

Методы и результаты исследования

Весь этот комплекс погрешностей определяет положение поверхностей качения наружных и внутренних колец подшипников в опорах шпинделя А и В (рис. 1).

Углы α_A и α_B перекоса поверхности качения наружных колец, а также углы β_A и β_B перекоса поверхностей качения внутренних колец подшипника определяются относительно общей оси этих поверхностей соответственно в опорах А и В. Как правило, имеет место взаимный перекос наружных и внутренних колец в опорах А и В на углы Θ_A и Θ_B соответственно. В общем случае все указанные углы лежат в разных плоскостях, взаимное положение которых будем характеризовать угловой координатой ν . Так, например, угол между плоскостями перекоса одноименных колец опор А и В будем обозначать через ν_α (для наружных) и ν_β (для внутренних колец). Пространственное положение наружных колец после сборки не изменяется, ориентация же внутренних колец зависит от угла поворота шпинделя φ . Поэтому углы взаимного перекоса наружных и внутренних колец в каждой опоре также зависят от угловой координаты φ .

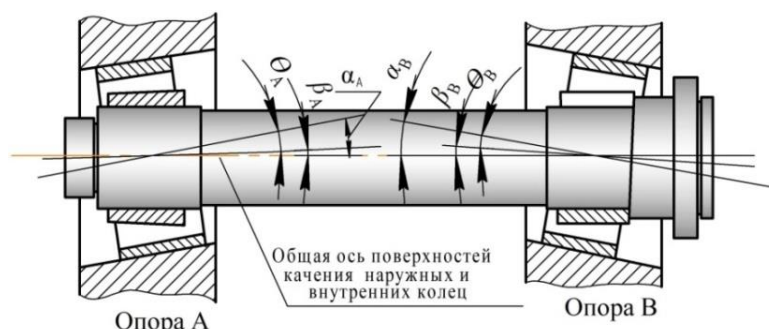


Рисунок 1 – Положение поверхностей качения наружных и внутренних колец подшипников в опорах шпинделя до момента силового замыкания.

В результате теоретических исследований получены аналитические зависимости, определяющие модуль и фазу углов взаимного перекоса поверхностей качения наружных и внутренних колец подшипников каждой из опор.

$$\Theta_A = \sqrt{\alpha_A^2 + \beta_A^2 - 2\alpha_A\beta_A \cdot \cos\varphi};$$

$$\nu_A = -\arcsin\left|\frac{\beta_A}{\Theta_A} \cdot \sin\varphi\right|, \quad (1)$$

$$\Theta_B = \sqrt{\alpha_B^2 + \beta_B^2 - 2\alpha_B\beta_B \cdot \cos[\varphi - (\nu_\alpha - \nu_\beta)]}, \quad (2)$$

$$\nu_B = \nu_\alpha - \arcsin\left|\frac{\beta_B}{\Theta_B} \cdot \sin[\varphi - (\nu_\alpha - \nu_\beta)]\right|, \quad (3)$$

где ν_α, ν_β – фазы вектора Θ_A и Θ_B соответственно.

Таким образом, отклонения от соосности поверхностей качения наружных и внутренних колец подшипников не остаются постоянными, а изменяются (по модулю и фазе) при повороте шпинделя по определенному закону. Рассмотренные выше углы определяют взаимное положение колец подшипников в опорах до

Impact Factor:

ISRA (India)	= 6.317	SIS (USA)	= 0.912	ICV (Poland)	= 6.630
ISI (Dubai, UAE)	= 1.582	РИИЦ (Russia)	= 0.126	PIF (India)	= 1.940
GIF (Australia)	= 0.564	ESJI (KZ)	= 9.035	IBI (India)	= 4.260
JIF	= 1.500	SJIF (Morocco)	= 7.184	OAJI (USA)	= 0.350

момента силового замыкания, поэтому тела качения на рис. 1 не показаны.

При сборке взаимный перекося колец в опорах создает контактные усилия N_A и N_B , в результате

чего возникают реактивные моменты M_A и M_B (см. рис.2).

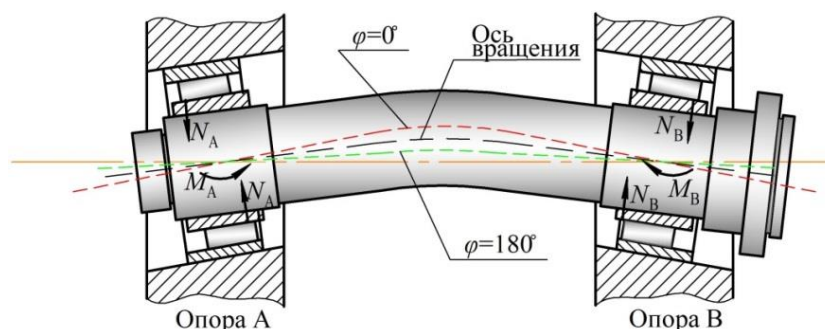


Рисунок 2 – Положение поверхностей качения наружных и внутренних колец подшипников в опорах шпинделя при возникновении реактивных моментов.

Очевидно, что фаза и модуль реактивного момента в каждой опоре зависят от того, в какой плоскости будет максимальный угол Θ и какова величина этого угла при произвольном угловом положении шпинделя φ . Поэтому изгиб шпинделя под действием реактивных моментов будет также изменяться при повороте шпинделя как по величине, так и по фазе.

Положение геометрического центра сечения шпинделя в результате его изгиба можно определить, используя принцип суперпозиции, векторным сложением смещений, возникающих при изгибе шпинделя от раздельного действия реактивных моментов M_A и M_B . В соответствии с этим в расчётных схемах шпиндель представлен в

виде балки на двух опорах, нагруженных реактивными моментами M_A и M_B , которые учитывают влияние угловой жёсткости двурядных роликовых и подшипников опор при наличии в них взаимного перекося поверхностей качения наружных и внутренних колец (см. рис. 3,а).

Для определения реактивных моментов было получено следующее выражение [9-11]

$$M = \frac{\Theta}{t + \frac{L}{3EJ}}, \quad (4)$$

где t – угловая податливость опор; L – расстояние между опорами шпинделя; J – момент инерции сечения шпинделя.

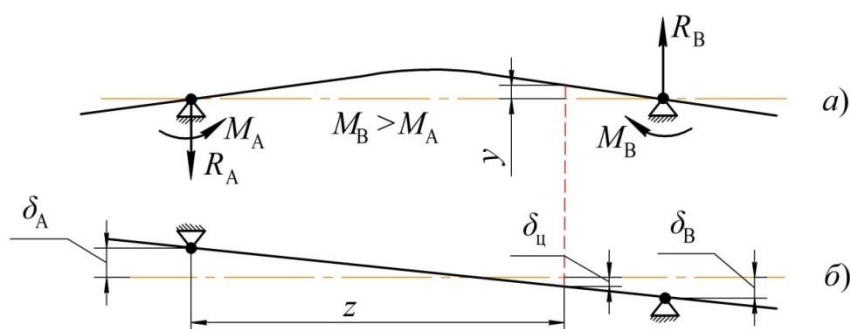


Рисунок 3 – Расчётная схема шпинделя: а – в виде балки на двух опорах; б – упругие деформации элементов шпиндельного узла, опоры которого имеют отклонения от соосности.

Были приняты следующие допущения: поверхности качения колец подшипников и тела качения не имеют отклонения формы и размеров; влияние упорного подшипника не учитываются, податливость опор шпинделя изотропна; корпус шпиндельного узла является абсолютно жестким, а шпиндель и его опоры – упруго податливые; шпиндель по ширине подшипника абсолютно жесткий; момент инерции J сечения шпинделя по всей его длине неизменный; соотношение

основных размеров шпинделя допускает применение теории плоского изгиба.

Усилия R_A и R_B в опорах, которые являются следствием действия реактивных моментов на M_A и M_B , вызывают смещение шпинделя в упруго-податливых опорах. Они всегда расположены в одной плоскости, равны по величине и противоположны по направлению (см. рис. 3, а, б).

В результате упругих деформаций шпинделя и смещения его опор в каждом сечении шпинделя

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 0.126
 ESJI (KZ) = 9.035
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

центр его вращения смещается относительно номинального положения на величину $\delta_{ц}$, а геометрический центр этого сечения описывает относительно центра вращения окружность радиусом r_{δ} . Зависимости для определения указанных величин в любом сечении по длине шпинделя можно представить как:

$$\delta_{ц} = \sqrt{y_{ц}^2 + \delta_{Rц}^2 - 2y_{ц} \cdot \delta_{Rц} \cdot \cos(v_{yц} - v_{\delta Rц})}; \quad (5)$$

$$r_{\delta} = \sqrt{r_y^2 + r_{\delta R}^2 + 2r_y \cdot r_{\delta R} \cdot \cos(v_{yц} - v_{\delta Rц})}; \quad (6)$$

$$v_{\delta_{ц}} = v_{yц} - \arcsin \left| \frac{\delta_{Rц}}{\delta_{ц}} \cdot \sin(v_{yц} - v_{\delta Rц}) \right|; \quad (7)$$

где $y_{ц}$ и $\delta_{Rц}$ – величина смещения центра вращения сечения в результате упругой деформации шпинделя и смещения его опор соответственно; r_y и $r_{\delta R}$ – радиусы окружностей которые описывает геометрический центр сечения относительно центра вращения, обусловленные упругой деформацией шпинделя и смещением его опор соответственно; $v_{yц}$, $v_{\delta Rц}$, $v_{\delta_{ц}}$ – фазы, определяющие угловое положение центров вращения $y_{ц}$, $\delta_{Rц}$ и $\delta_{ц}$ соответственно.

Для определения величин, входящих в формулы (5...7), были получены аналитические зависимости, анализ которых показал, что положение центра вращения ($\delta_{ц}$, $v_{\delta_{ц}}$) любого сечения шпинделя определяется параметрами перекоса α_A , α_B и v_{β} наружных колец. Радиус окружности r_{δ} зависит только от параметров перекоса β_A , β_B и v_{β} внутренних колец.

Расчёты по приведенным зависимостям (5...7) показали, что ось вращения в общем случае является криволинейной (рис. 4). При этом

геометрическая ось шпинделя, являясь также криволинейной, описывает вокруг оси вращения замкнутую фигуру.

Для подтверждения результатов теоретических исследований было проведено моделирование работы шпиндельного узла станка в САЕ-системе «ANSYS» с макросами блочной структуры на макроязыке APDL, содержащими набор команд, которые обеспечивают построение и корректировку модели узла шпинделя на основе использования твердотельной геометрии, объемных конечных элементов и учет масс-инерционных характеристик [12-16]. Каждый подшипник узла моделировался набором точечных пружин, равномерно расположенных по диаметру посадочной поверхности шпинделя [15, 17].

При моделировании была предусмотрена возможность линейного и углового смещений опор шпинделя, а также отклонение от соосности внутренних колец подшипников (перекос на шейках шпинделя). В семи сечениях по длине шпинделя устанавливались контрольные точки расположенные под углом 90° относительно друг друга (точки 1, 2 установлены слева от опоры А, точки 3, 4 справа от опоры А на расстоянии 0,17L, точки 5, 6 на 0,34L, точки 7, 8 на 0,5L, точки 9, 10 на 0,67L, точки 11, 12 на 0,84L и точки 13, 14 в сечении, расположенном справа от опоры В на расстоянии 0,25 L, где L – длина шпинделя). Контрольные точки с четными номерами располагались в плоскости перекоса опор. На рисунке 5 приведены три последовательно полученные характеристики исследуемого узла.

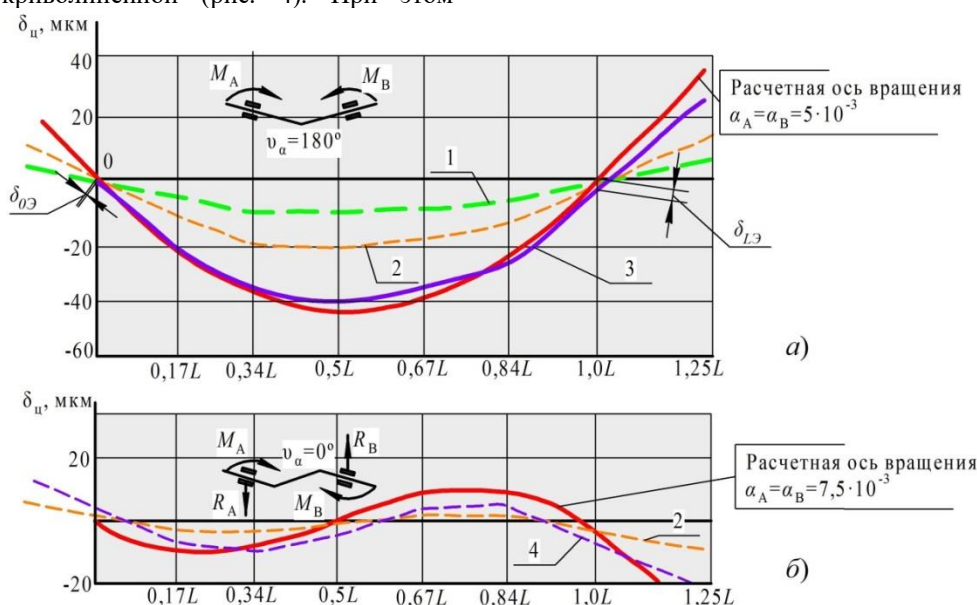


Рисунок 4 – Влияние углов перекоса наружных колец подшипников на смещение центров вращения сечений шпинделя: 1- $\alpha_A = \alpha_B = 10^{-3}$ рад, 2- $\alpha_A = \alpha_B = 2,5 \times 10^{-3}$ рад, 3 – $\alpha_A = \alpha_B = 5 \times 10^{-3}$ рад, 4 – $\alpha_A = \alpha_B = 7,5 \times 10^{-3}$ рад.

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
ISI (Dubai, UAE) = 1.582
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
ПИИЦ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 9.035
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

Первая (I) – при вращении шпинделя, у которого все кольца подшипников установлены с максимальной степенью соосности. В этом случае данные во всех контрольных точках практически не изменяются. Это говорит о том, что геометрическая ось и ось вращения совпадают и являются прямолинейными.

Вторая (II) – вращение шпинделя при перекосе внутренних колец подшипников на угол $\beta_A = \beta_B = 2,5 \cdot 10^{-3}$ рад. Ось вращения осталась прямолинейной и не изменила своего пространственного положения.

Третья (III) – вращение шпинделя при перекосе наружных колец подшипников на угол $\alpha_A = \alpha_B = 5 \cdot 10^{-3}$ рад. В этом случае, наряду с биением, в каждом сечении наблюдается изменение положения центра вращения на различную величину, что говорит о криволинейности оси вращения. Положение центра вращения в различных сечениях на показано пунктирной линией. Наибольшая величина смещения центра вращения $\delta_{ц}$ имеет место на рабочем конце шпинделя (точка 14) и в его средней части (точки 6, 8, 10). Следует отметить, что смещение центра вращения

произошло только в плоскости перекоса опор, так как изменилось положение синусоид датчиков, расположенных в плоскости перекоса. При этом важно отметить, что перекос наружных колец не оказывает существенного влияния на величину биения.

Из рисунка 5 следует, что чем больше угол перекоса наружных колец подшипников, тем значительнее отклонение от прямолинейности оси вращения шпинделя. При этом следует отметить, что расчетные и полученные в результате моделирования параметры оси вращения имеют хорошую сходимость. Ось вращения на модели в отличие от расчётной имеет смещения в δ_{0z} и δ_{Lz} в опорах, наличие которых говорит о том, что в опорах возникли усилия R_A и R_B , тогда как согласно идеальной расчетной схеме при $\alpha_A = \alpha_B$ и $M_A = M_B$ они должны быть равны нулю. Появление усилий в опорах, вызывающих смещения в указанных направлениях очевидно, связано с тем, что угловая податливость опоры В больше, чем опоры А. Это подтверждается тем, что линейная податливость опоры В выше, так как при одинаковых усилиях ($R_A = R_B$) $\delta_{0z} > \delta_{Lz}$.

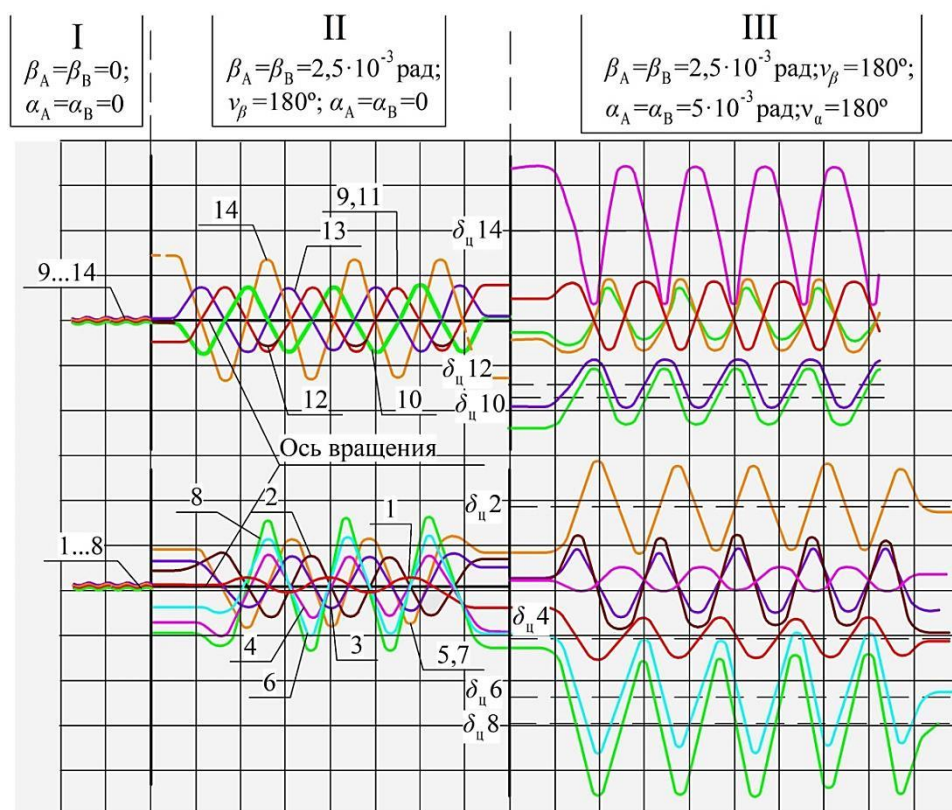


Рисунок 5 – Изменение положений геометрических центров и центров вращений сечений шпинделя.

Отклонение оси вращения от прямолинейности зависит не только от величины перекоса наружных колец подшипников, но и от

угла ν_a . Если оба кольца повернуты в одном направлении ($\nu_a = 0$), то при прочих равных

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
ISI (Dubai, UAE) = 1.582
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 9.035
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

условиях смещение центров вращения во всех сечениях будет меньше (см. рис. 4, б).

Отклонения от соосности внутренних колец подшипников опор являются причиной возникновения существенных биений (величина биения $\approx 2r_\delta$) рабочего конца шпинделя (рис. 6). Из графика видно, что при одной и той же величине отклонения от соосности обеспечение при сборке $\nu_\beta=0$ вместо $\nu_\beta=180^\circ$ позволяет более чем в 2 раза уменьшить биение рабочего конца шпинделя.

В шпиндельном узле, не имеющем на холостом ходу погрешностей по точности вращения при действии эксплуатационного усилия могут возникать отклонения формы или взаимного положения оси вращения и

геометрической оси шпинделя. Поэтому при изготовлении шпиндельных узлов в зависимости от их назначения можно идти двумя путями:

– для шпиндельных узлов, работающих с незначительными эксплуатационными усилиями необходимо обеспечивать при изготовлении минимальные отклонения от соосности колец подшипников;

– для шпиндельных узлов с высокими эксплуатационными нагрузками на стадии изготовления необходимо целенаправленно формировать отклонения от соосности колец подшипников по модулю и фазе таким образом, чтобы в наибольшей степени компенсировать влияние эксплуатационных усилий.

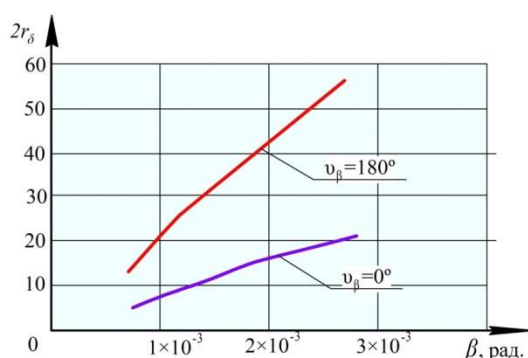


Рисунок 6 – Влияние углов перекаса внутренних колец подшипников на биение рабочего конца шпинделя.

Следует отметить, что при неподвижной плоскости действия эксплуатационной нагрузки (например, у токарного станка) ось вращения совпадает с криволинейной геометрической осью шпинделя. В случае, когда вектор эксплуатационного усилия изменяет пространственное положение при вращении шпинделя (расточной станок), формируется криволинейная геометрическая ось, которая описывает вокруг прямолинейной оси вращения замкнутую фигуру.

Очевидно, что компенсацию действия эксплуатационного усилия можно считать идеальной только тогда, когда геометрическая ось и ось вращения становятся прямолинейными и совпадают друг с другом по всей длине шпинделя ($\delta_{ц}=0$, $2\delta=0$). Установлено, что при неподвижной плоскости действия эксплуатационного усилия компенсацию рационально производить путем перекаса наружных колец в плоскости этого усилия в соотношении $\alpha_B=2\alpha_A$, при этом $\nu_\beta=180^\circ$. В случае, когда плоскость действия эксплуатационного усилия связана с вращающимся шпинделем, уменьшение радиуса траектории движения геометрического центра вокруг центра вращения следует производить путем перекаса внутренних колец подшипников в соотношении $\beta_B=\beta_A$, при этом $\nu_\beta=180^\circ$.

Выводы.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

– Перекас наружных колец подшипников не вызывает биения шпинделя.

– Перекас наружных колец подшипников вызывает смещение центра вращения рабочего конца шпинделя. Для уменьшения этого смещения необходимо обеспечивать разворот обоих колец в одном направлении. За счет этого смещение центра вращения может быть уменьшено более чем в 2 раза по сравнению с вариантом, когда кольца развернуты в разные стороны (при неизменной величине отклонения от соосности).

– Биение рабочего конца шпинделя зависит от отклонения от соосности внутренних колец подшипников опор. При изменении отклонения от соосности внутренних колец от 1×10^{-3} до 4×10^{-3} рад биение может увеличиться с 19 до 68 мкм.

– При неизменной величине отклонения от соосности внутренних колец биение может быть уменьшено в 2,5 раза, если при изготовлении обеспечивается перекас внутренних колец в одном направлении.

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
ISI (Dubai, UAE) = 1.582
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
PIHII (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 9.035
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

References:

1. Guan, G. (2012). The spindle assembly process design of a high precision CNC lathe. *Journal of manufacturing technology and machine tools*. vol. 1, pp. 45-47.
2. Yang, J., et al. (2015). Effects of geometric and spindle errors on the quality of end turning surface. *Journal of Zhejiang University-SCIENCE A (Applied Physics & Engineering)*. vol. 16(5), pp. 371-386.
3. Wang, Z.X., Zhang, Y., & Li, Z.S. (2016). Research on the assembly process of spindle system of precision lathe. *2nd International Conference on Advances in Energy, Environment and Chemical Engineering (AEECE 2016)*, doi:10.2991/aece-16.2016.2
4. Bogutskiy, V.B. (2020). Analiz vliyaniya sostoyaniya tekhnologicheskoy sistemy na izmenenie vyhodnyh peremennyh pri tokarnoj obrabotke. *Mekhatronika, avtomatika i robototekhnika*, № 5, pp. 53-55.
5. Dodonov, V.V. (2016). Povyshenie tochnosti obrabotki na stankah s chislovym programmym upravleniem. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovacii*, № 6. DOI 10.18698/2308-6033-2016-06-1506.
6. Zhenghong, Z., & Qian, J. (2015). *Research on precision and ultra-precision machining technology development*. International Conference on Intelligent Systems Research and Mechatronics Engineering (ISRME 2015), pp. 2175- 2178.
7. Anikeeva, O.V., Ivakhnenko, A.G., & Erenkov, O.Yu. (2017). Modeling the influence of geometric errors of turning machine for accuracy machinable surface. *Procedia Engineering*. vol. 206, pp. 1127–1132. doi:0.1016/j.proeng.2017.10.605.
8. Bogutskiy, V.B. (2020). Uchet tekhnologicheskoy nasledstvennosti na etapah predvaritel'noj obrabotki detalej. *Sovremennye problemy teorii mashin*, № 10, pp. 18-20.
9. Mineev, A.S., & Blinov, O.V. (2012). Issledovanie zhestkosti shpindel'nogo uzla sredstvami tverdotel'nogo modelirovaniya. *«Vestnik IGEU»*, vol. 1, pp. 31-34.
10. Popov, V.I., & Loktev, V.I. (1975). *Dinamika stankov*. (p.136). Kiev: Tekhnika.
11. Pronikov, A.S. (2002). *Parametricheskaya nadezhnost' mashin*. (p. 560). Moscow: MG TU im. N. E. Baumana.
12. Kamenev, S.V., & Marusich, K.V. (2017). Sovremennye metody komp'yuternogo modelirovaniya i inzhenernogo analiza teplovyh karakteristik shpindel'nyh uzlov. *Internet-zhurnal «Naukovedenie»*, Tom 9, №5 <https://naukovedenie.ru/PDF/32TVN517.pdf>.
13. (2016). *ANSYS Explicit Dynamics Analysis Guide*. (p. 256). ANSYS, Inc. Publ..
14. Bogutskiy, V.B. (2019). Primenenie programmy SOLIDWORKS SIMULATION pri proektirovanii udarnogo mekhanizma elektroinstrumenta. *Sovremennye problemy teorii mashin*, № 8, pp. 34-36.
15. AbdelMonaem, F.M., AbdAllah Daryl, L. E., Ruhul, A. S. (2016). Solving dynamic optimisation problems with known changeable boundaries. *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 9592, pp. 29-40.
16. Chigarev, A.V. (2004). *ANSYS dlya inzhenerov: Spravochnoe posobie*. (p.512). Moscow: Mashinostroenie-1.
17. SHevelev, N.A., Ignat'eva, E.A., & Pustosmekhova, M.G. (2011). CHislennoe modelirovanie dinamicheskogo povedeniya eksperimental'noj osnastki v srede ANSYS. *Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta*. Mekhanika, vol. 1, pp. 81-96.