SOI: 1.1/TAS DOI: 10.15863/TAS
International Scientific Journal
Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2023 Issue: 01 Volume: 117

Published: 09.01.2023 http://T-Science.org

Issue Article

Olimjon Musurmonovich Dusmatov
Samarkand State University
Professor to Department of
Theoretical and Applied Mechanics,
dusmatov62@bk.ru

Abror Bekmirza ugli Egamqulov
Samarkand State University
Masters

THE PROBLEM OF SUPPRESSING NONLINEAR OSCILLATIONS OF A PLATE

Abstract: *In this work, the problem of joint nonlinear oscillations of an elastic plate with a dynamic absorber is considered. The material of the plate has the property of elastic dissipation of the hysteresis type; a dynamic absorber with a viscous elastic element is installed on it. A mathematical model of the systems under consideration is obtained, and the transfer function of the plate is determined for the purpose of studying the dynamics and evaluating the damping efficiency.*

Key words: *Plates, solutions, equations, vibrations, absorber.*
Language: *Russian*
Citation: Dusmatov, O. M., & Egamqulov, A. B. (2023). The problem of suppressing nonlinear oscillations of a plate. *ISJ Theoretical & Applied Science, 01 (117)*, 262-265.
Soi: http://s-o-i.org/1.1/TAS-01-117-11 ***Doi***: crossref https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2023.01.117.11
Scopus ASCC: *2200.*

ЗАДАЧА О ГАШЕНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЛАСТИНКИ

Аннотация: *В этой работе рассмотрена проблема совместных нелинейных колебаний эластичной пластинки с динамичным гасителем. Материал пластинки имеет свойство эластичной диссипативности типа гистерезис, ему установлен динамичный гаситель с вязким эластичным элементом. Получен математическая модель рассматриваемой систем, а также с целью изучения динамики и оценки эффективность гашения определена передаточная функция пластинки.*

Ключевые слова: *Пластинки, решений, уравнений, колебания, гаситель.*

Введение

Бурное развитие современной техники и технологий, гашение вредных колебаний в машинах и механизмах, оборудовании и устройствах, применяемых в областях машиностроения, авиации, судостроения, промышленного производства и строительства, изучение их динамики и приоритетов, разработка выводов и рекомендаций является одним из актуальных проблем.

По вопросам гашения вредных колебаний механических систем с различными видами с накопленной и распределенной массы проведено множество научных исследований, созданы математические модели новых типов динамических гасителей и разработаны рекомендации по их применению [1-9].

В данной работе рассмотрен вопрос исследования поперечных колебаний пластины с динамическим гасителем, полученным в гистерезисном типе упруго-диссипативных характеристик материала.

Система дифференциальных уравнений совместного движения пластины с установленным на ней динамическим гасителем выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2}-$$

$$-(c\xi+b\dot{\xi})\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)=\rho h\frac{\partial^2 w_a}{\partial t^2};\quad (1)$$

$$m_0\frac{\partial^2 w_a(x_0,y_0)}{\partial t^2}+m_0\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}+c\xi+b\dot{\xi}=-m_0\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2},$$

где M_x , M_y— изгибающие моменты; M_{xy}- крутящий момент; с, б – единица упругого элемента и коэффициент вязкости динамического гасителя; m_0— масса динамического гасителя; x_0 , y_0– координаты точки установки динамического гасителя; w_0 –смещение основания; w_a- абсолютное перемещение пластины; ξ – смещение динамического гасителя относительно пластины; ρ -плотность материала пластины; h- толщина пластины.

Рассчитаем моменты для пластины с упругими диссипативными характеристиками гистерезисного типа [10]

$$M_x=\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\sigma_x zdz,$$

$$M_y=\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\sigma_y zdz,\quad (2)$$

$$M_{xy}=\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\sigma_{xy} zdz$$

где z — ось, перпендикулярная пластине; $\sigma_x,\sigma_y,\sigma_{xy}$ – нормальные и касательные напряжения.

Определим напряжения следующим образом [9]:

$$\sigma_x=-\frac{E_x}{1-\mu^2}\left(\frac{\partial^2 w_{ik}}{\partial x^2}+\mu\frac{\partial^2 w_{ik}}{\partial y^2}\right);$$

$$\sigma_y=-\frac{E_x}{1-\mu^2}\left(\frac{\partial^2 w_{ik}}{\partial y^2}+\mu\frac{\partial^2 w_{ik}}{\partial x^2}\right);\quad (3)$$

$$\sigma_{xy}=-\frac{G_{xy}z}{1+\mu}\frac{\partial^2 w_{ik}}{\partial x\partial y}.$$

где μ —-коэффициент Пуассона; $E_x=E(1-L_{1x}+jL_{2x})$; $E_y=E(1-L_{1y}+jL_{2y})$; $G_{xy}=G(1-N_1+jN_2)$; $j^2=-1$; E, G - модули Юнга; $L_{1x}=\eta_1 f_x(z)$; $L_{2x}=\eta_2 f_x(z)$; $L_{1y}=\eta_1 f_y(z)$; $L_{2y}=\eta_2 f_y(z)$; $N_1=\nu_1 g(z)$; $N_2=\nu_2 g(z)$;; $\eta_1,\eta_2,\nu_1,\nu_2$- коэффициенты линеаризации; $f_x(z)$, g(z) являются выражениями декрементов колебаний и записываются следующим образом:

$$f_x(z)=\sum_{l=0}^{r}C_l\left|\frac{\partial^2 w_{ik}}{\partial x^2}+\mu\frac{\partial^2 w_{ik}}{\partial y^2}\right|^l|z|^l;$$

$$f_y(z)=\sum_{l=0}^{r}C_l\left|\frac{\partial^2 w_{ik}}{\partial y^2}++\mu\frac{\partial^2 w_{ik}}{\partial x^2}\right|^l|z|^l;\quad (4)$$

$$g(z)=\sum_{l_1=0}^{n_0}K_{l_1}\left|\frac{\partial^2 w_{ik}}{\partial x\partial y}\right|^{l_1}|z|^{l_1},$$

где C_l, K_{l_1}— экспериментально определенные параметры.

Подставив выражения (3) и (4) в выражения моментов (2), в результате получим следующее:

$$M_x=-DV_1\left[1+3(j\eta_2-\eta_1)\sum_{l=0}^{r}C_l|V_1|^l\frac{h^l}{2^l(l+3)}\right];$$

$$M_x=-DV_2\left[1+3(j\eta_2-\eta_1)\sum_{l=0}^{r}C_l|V_2|^l\frac{h^l}{2^l(l+3)}\right];$$

$$M_{xy}=-DV_3(1-\mu)[1+3(-\eta_1+j\eta_2)\sum_{l_1=0}^{n_0}K_{l_1}|V_3|^{l_1}\frac{h^{l_1}}{2^{l_1}(l_1+3)}],\quad (5)$$

где $D=\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$- цилиндрическая жесткость;

$$V_1=\frac{\partial^2 w_{ik}}{\partial x^2}+\mu\frac{\partial^2 w_{ik}}{\partial y^2};$$

$$V_2=\frac{\partial^2 w_{ik}}{\partial y^2}+\mu\frac{\partial^2 w_{ik}}{\partial x^2};$$

$$V_3=\frac{\partial^2 w_{ik}}{\partial x\partial y}.$$

Если вычислить частные производные второго порядка в выражениях моментов (5) и подставить их в систему уравнений (1), то получим следующее:

$$D\left(\frac{\partial^4 w_{ik}}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w_{ik}}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 w_{ik}}{\partial y^4}\right)+3D(j\eta_2-\eta_1)\cdot$$

$$\cdot\sum_{l=0}^{r}C_l|V_1|^l\frac{h^l}{2^l(l+3)}\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}(V_1|V_1|^l)+\frac{\partial^2}{\partial x^2}(V_2|V_2|^l)\right]+$$

$$+6D(1-\mu)(-\nu_1+j\nu_2)\times$$

$$\times\sum_{l_1=0}^{n_0}K_{l_1}|V_3|^{l_1}\frac{h^{l_1}}{2^{l_1}(l_1+3)}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}(V_3|V_3|^{l_1})-$$

$$+\rho h\frac{\partial^2 w_{ik}}{\partial t^2}-$$

$$-(c\xi+b\dot{\xi})\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)=-\rho h\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2};(6)$$

$$m_0\frac{\partial^2 w_{ik}(x_0,y_0)}{\partial t^2}+m_0\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}+c\xi+b\dot{\xi}=-m_0\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}.$$

Решение системы уравнений (6) ищем следующим образом:

$$w_{ik}(x,y)=\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}u_{ik}(x,y)q_{ik}(t),\quad (7)$$

где q_{ik}- функция времени, $u_{ik}(x,y)$ являются формами частных колебаний пластины, удовлетворяющих следующему уравнению:

$$D\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial^2 u_{ik}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_{ik}}{\partial y^2}\right)-\rho h p_{ik}^2 u_{ik} = 0, (8)$$

где $u_{ik}=u_{ik}(x,y)$; p_{ik}-собственные частоты.

Подставляя решения (7) в систему уравнений (6) и учитывая уравнение (8), получаем

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\{u_{ik}\ddot{q}_{ik}+\{[1+C_0(-\eta_1+j\eta_2)]u_{ik}+\\&+\frac{3D}{\rho h p_{ik}^2}(-\eta_1+j\eta_2)\sum_{l=1}^{r} C_l q_{ika}^l \frac{h^l}{2^l(l+3)}\times\\&\times\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\alpha_1|\alpha_1|^l)+\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\alpha_2|\alpha_2|^l)\right]+\\&+\frac{6D(1-\mu)}{\rho h p_{ik}^2}(-\nu_1+j\nu_2)\times\\&\times\sum_{l_1=1}^{n_0} K_{l_1} q_{ika}^{l_1}\frac{h^{l_1}}{2^{l_1}(l_1+3)}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}(\propto_3|\propto_3|^{l_1})+\\&+\frac{2D(1-\mu)}{\rho h p_{ik}^2}K_0(-\nu_1+j\nu_2)\times\\&\times\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}(\alpha_3)\}p_{ik}^2 q_{ik}\}-\frac{c\xi+b\dot{\xi}}{\rho h}\delta(x\\&-x_0)\delta(y-y_0)=-\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2};\end{aligned}$$

$$u_{iko}\ddot{q}_{ik}+\ddot{\xi}+n^2\xi+f_0\dot{\xi}=-\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}, \quad (9)$$

здесь $\alpha_1=\frac{\partial^2 U_{ik}}{\partial x^2}+\mu\frac{\partial^2 U_{ik}}{\partial y^2}$; $\alpha_2=\frac{\partial^2 U_{ik}}{\partial y^2}+\mu\frac{\partial^2 U_{ik}}{\partial y^2}$; $\alpha_3=\frac{\partial^2 U_{ik}}{\partial x\partial x}$, $q_{ika}=|q_{ik}|$; $n=\sqrt{\frac{c}{m_0}}$;

$$f_0=\frac{b}{m_0};$$

$$u_{ik0}=u_{ik}(x_0,y_0).$$

Применяя метод Бубнова –Галёркина к системе уравнений (9), запишем его в следующем виде:

$$\begin{aligned}&\ddot{q}_{ik}+[1+(c_0+T_1)(-\eta_1+j\eta_2)+\\&+(T_1+T_2)(-\nu_1+j\nu_2)]p_{ik}^2 q_{ik}-\\&-d_{3ik}u_{iko}\left(c\xi+b\dot{\xi}\right)=-d_{ik}\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2};\\&u_{iko}\ddot{q}_{ik}+\ddot{\xi}+\eta^2\xi+f_0\dot{\xi}=-\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}, (10)\end{aligned}$$

где $T_1=\frac{3D}{d_{2ik}\rho h p_{ik}^2}\sum_{l=1}^{r} C_l q_{ika}^l\frac{h^l}{2^l(l+3)}G_{ikl}$;

$$G_{ikl}=\iint_{(s)} u_{ik}\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\alpha_1|\alpha_1|^l)+\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\alpha_2|\alpha_2|^l)\right]dxdy;$$

$$T_2=\frac{2D(1-\mu)}{d_{2ik}\rho h p_{ik}^2}\sum_{l_1=1}^{n_0} K_{l_1} q_{ika}^{l_1}\frac{h^{l_1}}{2^{l_1}(l_1+3)}H_{ikl_1};$$

$$H_{ikl_1}=\iint_{(s)} u_{ik}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}(\propto_3|\propto_3|^{l_1})dxdy;$$

$$T_3=\frac{2D(1-\mu)}{d_{2ik}\rho h p_{ik}^2}K_0 F_{ik}, F_{ik}=\iint_{(s)} u_{ik}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}(\propto_3)dxdy;$$

$$d_{1ik}=\iint_{(s)} u_{ik}dxdy;\; d_{2ik}=\iint_{(s)} u^2{}_{ik}dxdy;$$

$$d_{ik}=\frac{d_{1ik}}{d_{2ik}};\; d_{3ik}=\frac{1}{\rho h d_{2ik}}.$$

Применяя оператор Лапласа к определенной системе уравнений (10), получаем систему алгебраических уравнений. В результате его решение имеет следующий вид :

$$q_{ik}=-\frac{1}{\Delta S}\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}[d_{ik}(S^2+n^2+f_0S)+ +d_{3ik}u_{ik}(c+bS)] \quad (11)$$

$$\xi_{ik}=-\frac{1}{\Delta S}\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}[S^2+[1+(c_0+T_1)(j\eta_2- -\eta_1)+(T_3+T_2)(-\nu_1+j\nu_2)]p_{ik}^2+u_{ik0}d_{ik}S^2] \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned}&\Delta S=[S^2+[1+(C_0+T_1)(-\eta_1+j\eta_2)+\\&+(T_3+T_2)(-\nu_1+j\nu_2)]p_{ik}^2][S^2+n^2+f_0S]\\&+u^2{}_{ik0}d_{3ik}S^2(c+bS);\end{aligned}$$

$$S=\frac{d}{dt}=j\omega.$$

Определим передаточную функцию пластины, защищенной от рассматриваемых колебаний Для этого запишем абсолютное ускорение следующим образом

$$\ddot{w}_a=\ddot{w}_{ik}+\ddot{w}_0, \quad (13)$$

где $\ddot{w}_0=\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}$.

Из (13) передаточную функцию запишем в следующем виде :

$$W_{ik}(S,x,y)=1+\frac{u_{ik}S^2 q_{ik}(S)}{\ddot{w}_0}. \quad (14)$$

Переходя с переменной С к переменной ω и учитывая выражения (11), можем написать передаточную функцию пластины, защищенной от колебаний (14)

$$W_{ik}(j\omega,x,y)=1+\frac{A_1+jA_2}{B_1+jB_2}u_{ik}, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned}&A_1=-d_{3ik}u_{ik0}c-d_{ik}(n^2-\omega^2);\\&A_2=-d_{ik}f_0\omega-d_{3ik}u_{ik0}b\omega;\\&B_1=[-\omega^2+[1-(C_0+T_1)\eta_1-(T_3+T_2)\nu_1]p_{ik}^2]\cdot\\&\cdot[n^2-\omega^2]-u^2{}_{ik0}d_{3ik}\omega^2c-\\&[(c_0+T_1)\eta_2+(T_1+T_2)\nu_2]p_{ik}^2 f_0\omega;\\&B_2=[-\omega^2+[1-(c_0+T_1)\eta_1-(T_3+T_2)\nu_1]p_{ik}^2]\cdot\\&\cdot f_0\omega-[(C_0+T_1)\eta_2+(T_1+T_2)\nu_2]p_{ik}^2[n^2-\omega^2]\\&-u^2{}_{ik0}d_{3ik}b\omega^3.\end{aligned}$$

Полученная передаточная функция (15) позволяет анализировать при различных значениях параметра динамику пластинки защищенной от колебаний, оценить эффективность динамического гасителя.

References:

1. Mohamed, F.Y. (2018). Effect of different design parameters on damping capacity of liquid column vibration absorber. *Journal of Engineering and Applied Science*. Volume 65(6), pp. 447-467.
2. Espinozaa, G., Carrilloa, C., & Suazoa, A. (1679). Analysis of a tuned liquid column damper in non-linear structures subjected to seismic excitations. *Latin American Journal of Solids and Structures*, Volume 15(7), pp. 1-19. http://dx.doi.org/10.1590/1679-78254845
3. Hamidreza, F., Mehdi, Sh., & Roozbeh, P. (2020). Application of tuned liquid column damper for motion reduction of semisubmersible platforms. *International journal of coastal & offshore engineering*, Volume 4(2), pp. 23-40.
4. Patrick, D., Dominic, M., Fadi, A., James, A., & Inès, Ch. (2019). Simplified setup for the vibration study of plates with simply-supported boundary conditions. *MethodsX*, Volume 6, pp. 2106-2117.
5. Korenev, B.G., & Reznikov, L.M. (1988). *Dinamicheskie gasiteli kolebanij: Teorija i tehnicheskie prilozhenija*. (p.304). Moscow: Nauka.
6. Chang, Ch.-M., Strano, S., & Terzo, M. (2016). Modelling of Hysteresis in Vibration Control Systems by means of the Bouc-Wen Model. *Hindawi Publishing Corporation Shock and Vibration*, Volume 2016, Article ID 3424191, 14 pages http://dx.doi.org/10.1155/2016/3424191
7. Baccouche, Y., Bentahar, M., Mechri, Ch., & Guerjouma, R.El. (2013). Hysteretic nonlinearity analysis in damaged composite plates using guided waves. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Volume 133 (4), pp.153-159.
8. Giaralis, A., & Spanos, P.D. (2013). *Derivation of equivalent linear properties of Bouc-Wen hysteretic systems for seismic response spectrum analysis via statistical linearization.* Paper presented at the 10th HSTAM International Congress on Mechanics, 25 - 27 May 2013, Chania, Greece.
9. Pavlovskij, M.A., Ryzhkov, L.M., Jakovenko, V.B., & Dusmatov, O.M. (1997). *Nelinejnye zadachi dinamiki vibrozashhitnyh sistem*. (p.204). K.: Tehnika.
10. Pisarenko, G.S., & Boginich, O.E. (1981). *Kolebanija kinematicheski vozbuzhdaemyh mehanicheskih sistem s uchetom dissipacii jenergii*. (p.220). Kiev: Nauk. dumka.