Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
ISI (Dubai, UAE) = 1.582
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500
SIS (USA) = 0.912
РИНЦ (Russia) = 3.939
ESJI (KZ) = 8.771
SJIF (Morocco) = 7.184
ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

SOI: 1.1/TAS DOI: 10.15863/TAS
International Scientific Journal
Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2023 Issue: 05 Volume: 121

Published: 30.05.2023 http://T-Science.org

Issue Article

Yu.R. Krahmaleva
M.Kh.Dulaty Taraz Regional University
PhD in Technical Science
Taraz, Kazakhstan

LEONTIEV'S ECOLOGICAL AND ECONOMIC BALANCE MODEL IN THE SYSTEM OF COMPUTER MATHEMATICS

Abstract*: In the last decade, advances in computer technology have made it possible to study ecological systems with many species interacting with each other in a variety of ways. Taking into account the development of the modern direction in mathematics – computer mathematics, the possibility of studying ecosystems at a higher quality level increases. The article discusses the modeling of the Leontiev balance model in the Maple system, which makes it possible to conduct research, avoiding routine calculations, calculation complexity, and reduces time costs.*

Key words*: quantity of products, matrix, volume of costs, volume of pollutants, Leontiev model.*

Language*: Russian*

Citation: Krahmaleva, Yu. R. (2023). Leontiev's ecological and economic balance model in the system of computer mathematics. *ISJ Theoretical & Applied Science, 05 (121)*, 614-622.

Soi: http://s-o-i.org/1.1/TAS-05-121-63 ***Doi***: crossref https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2023.05.121.63

Scopus ASCC*: 2600.*

ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ БАЛАНСОВАЯ МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЕВА В СИСТЕМЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Аннотация*: В последнее десятилетие успехи вычислительной техники позволяют изучать экологические системы с множеством видов, взаимодействующих друг с другом самым различным образом. Принимая во внимание, развитие современного направления в математике – компьютерной математики повышается возможность исследования экосистем на более качественном уровне. В статье рассматривается моделирование балансовой модели Леонтьева в системе Maple, что создает возможность проводить исследования, избегая рутинные выкладки, сложности вычисления, и сокращает временные затраты.*

Ключевые слова*: количество продукции, матрица, объем затрат, объем загрязняющих веществ, модель Леонтьева.*

Введение

При решении проблем взаимодействия природы и общества наиболее распространенной моделью является эколого-экономическая модели. Построение моделей основано на использовании методов линейной алгебры и систем, описываемых дифференциальными уравнениями. Многоуровневая модель взаимодействия экологических и экономических систем включает блоки:

1) межотраслевого баланса;
2) динамики природных ресурсов;
3) принятия управленческих решений.

Главной целью (решением) этой модели является устранение проблемных ситуаций, связанных с принятием решений, эффективных с точки зрения сегодняшнего дня, но не эффективных для будущего. Модели этого типа обладают достаточной сложностью. Модели могут состоять, как из систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) , так и включать системы уравнений в интегральной и дифференциальной форме. Рассмотрим структуру и методы блока межотраслевого баланса (МОБ), который представлен многоотраслевой моделью Леонтьева в виде СЛАУ[1].

Межотраслевой баланс — метод анализа взаимосвязей между различными секторами экономической системы. Это означает, что каждый сектор выступает одновременно производителем и потребителем. Кроме полезного продукта по каждому сектору экономики происходит образование и выбросы загрязняющих веществ в окружающую среду. Количество загрязняющих веществ можно представить через удельные величины, например, приходящиеся на единицу выпуска каждого вида продукции.

Цель балансового анализа: определение количества продукции, произведенной каждым сектором для того, чтобы удовлетворить все потребности экономической системы в его продукции и, при этом, не нарушить установленных норм выбросов загрязняющих веществ в окружающую среду[2].

Для анализа составляется таблица межотраслевого баланса. Числа в строках таблицы, показывают, как распределяется произведенная продукция каждого сектора. Последний элемент строки представляет объем произведенной сектором продукции (общий выпуск). Данные в столбцах показывают, какую продукцию потребляет каждый сектор в процессе производства. Последнее число в столбце – это суммарные затраты сектора. Если объем затрат каждого сектора (сумма элементов в столбце таблицы) равен объему произведенной продукции (сумма элементов в соответствующей строке), то модель является замкнутой [1]-[3]. Для детального рассмотрения, рассмотрим упрощенную модель межотраслевого баланса. Пусть данная модель состоит из 3-х секторов — сельского хозяйства, промышленности и домашнего хозяйств. В качестве единицы измерения объемов товаров и услуг каждого сектора выберем их стоимость.

Таблица 1.1 Таблица межотраслевого баланса для простейшей эколого-экономической модели региона

	Сельское хозяйство	Промышленность	Домашние хозяйства	Общий выпуск
Сельское хозяйство	b_{11}	b_{12}	b_{13}	$\sum_{j=1}^{n} b_{1j}$
Промышленность	b_{21}	b_{22}	b_{23}	$\sum_{j=1}^{n} b_{2j}$
Домашние хозяйства	b_{31}	b_{32}	b_{33}	$\sum_{j=1}^{n} b_{3j}$
Затраты	$\sum_{i=1}^{n} b_{i1}$	$\sum_{i=1}^{n} b_{i2}$	$\sum_{i=1}^{n} b_{i3}$	

Таблицы межотраслевого баланса описывают потоки товаров и услуг между секторами экономики в течение фиксированного промежутка времени, например в течение квартала, полугодия или года. Такие данные, сохраняемые в таблицах, естественно описывать и анализировать в терминах матричной алгебры.

Для замкнутой экономической системы баланс между общим выпуском и затратами каждого сектора можно описать равенствами:

$$\sum_{j=1}^{n} b_{kj} = \sum_{i=1}^{n} b_{ik}\,, \qquad (1)$$

где b_{kj} - количество товаров и услуг k-го сектора экономики, потребляемого в j-м секторе; b_{jk} - количество товаров и услуг i-го сектора экономики, потребляемого в k-м секторе. Матрицей межотраслевого баланса (матрицей Леонтьева) называется матрица вида:

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{pmatrix}. \qquad (2)$$

На практике экономика региона представляет собой открытую систему межотраслевых связей, в которой вся произведенная продукция (совокупный продукт) разделяется на две части: одна часть продукции (промежуточный продукт) идет на потребление в производящих секторах, а другая ее часть (конечный продукт) потребляется вне сферы материального производства — в секторе конечного спроса. При этом потребление в секторе конечного спроса может меняться. Для открытой системы межотраслевой баланс будет иметь вид:

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} b_{ij} + y_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_i + y_i \ , \quad i = \overline{1,n} \qquad (3)$$

или

$$x_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_i = y_i, \ i = \overline{1,n}. \qquad (4)$$

СЛАУ (4) запишем в матричном виде:

$$X \cdot (E - A) = Y \ , \qquad (5)$$

в развернутом виде:

$$\begin{cases} (1 - a_{11}) x_1 - a_{12} x_2 \ldots - a_{1n} x_n = y_1 \\ -a_{21} x_1 + (1 - a_{22}) x_2 + \ldots - a_{2n} x_n = y_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ -a_{n1} x_1 - a_{n2} x_2 - \ldots + (1 - a_{nn}) x_n = y_n \end{cases} \qquad (6)$$

В (5) E - единичная матрица, $X = x_i$ - объем выпуска i -го сектора(объем товаров и услуг, произведенных в одном из n производящих секторов), $i = \overline{1,n}$; $Y = y_i$ - конечный продукт i -го сектора(объем продукции i -го сектора, потребляемой в секторе конечного спроса) ; $A = a_{ij} = \dfrac{b_{ij}}{x_j}$ - количество продукции i -го сектора, которое расходуется при производстве единицы продукции j -го сектора(коэффициенты прямых затрат); b_{ij} - объем товаров и услуг i-го сектора, потребляемых в j -м секторе.

Система (6) описывает структуру связей и означает, что в сектор конечного спроса от каждого производственного сектора поступает та часть произведенной продукции, которая остается после того, как обеспечены потребности производящих секторов[4].

Предположим, что в течение некоторого промежутка времени коэффициенты прямых затрат a_{ij} остаются постоянными, а конечный спрос изменяется. Это означает, что существует линейная связь между выпуском и затратами и изменение выпуска хотя бы в одном секторе экономики влечет за собой пропорциональное изменение затрат всех производящих секторов. Коэффициентами пропорциональности этой связи являются элементы структурной матрицы. То есть в линейной модели «затраты – выпуск» соотношения баланса описывают связь неизвестного выпуска с заданным спросом. Эти соотношения позволяют определить, каким должен быть совокупный выпуск в каждом секторе, чтобы удовлетворить изменившиеся потребности общества[5].

В системе с заданной структурной матрицей A спрос Y всегда удовлетворяется, если существует вектор выпуска

$$X = (E - A)^{-1} Y \qquad (7)$$

все компоненты которого неотрицательны. Для этого необходимо выполнение условий Хаукинса-Саймона[4]:

$$1 - a_{11} > 0, \begin{vmatrix} 1 - a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1 - a_{22} \end{vmatrix} > 0, \ldots, \begin{vmatrix} 1 - a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & 1 - a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & 1 - a_{nn} \end{vmatrix} > 0 . \qquad (8)$$

По условиям (8) все миноры детерминанта матрицы системы (6) должны быть положительными. Обозначим Z -общий объем загрязняющего вещества. Для расчета загрязнения окружающей среды каждым сектором и всеми одновременно необходимо дополнить систему уравнений (6) еще одним балансовым уравнением:

$$Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n \ , \qquad (9)$$

где c_i -нормы выбросов загрязнителя на единицу продукции x_i [6].

Рассмотрим замкнутую модель эколого-экономической системы района, если заданы таблица межотраслевого баланса:

	Сельское хозяйство	Промышленность	Транспорт	Домашнее хозяйство
A	20	16	120	60
B	30	10	180	100
C	15	14	140	80

конечный спрос на продукцию:

Y	100
	150
	120

выбросы загрязняющего вещества на единицу продукции каждого сектора:

Z	0,04
	0,26
	0,34

Составим матрицу межотраслевого баланса, элементами которой являются числовые данные одноименной таблицы:

$$B = \begin{pmatrix} 50 & 16 & 120 & 60 \\ 30 & 10 & 180 & 100 \\ 15 & 14 & 140 & 80 \end{pmatrix}.$$

Вычислим общий выпуск каждой продукции, сложив элементы каждой строки:

$$\sum_{j=1}^{3} b_{1j} = 50 + 16 + 120 + 60 = 246;$$

$$\sum_{j=1}^{3} b_{2j} = 30 + 10 + 180 + 100 = 320;$$

$$\sum_{j=1}^{3} b_{3j} = 15 + 14 + 140 + 80 = 249.$$

Полученные данные, запишем в виде строчной матрицы:

$$X = \begin{pmatrix} 246 & 320 & 249 \end{pmatrix}.$$

Общее количество выбросов загрязняющих веществ Z_1 получим, умножив матрицу X на матрицу, элементами которой являются численные данные выбросов веществ :

$$Z_1 = X \cdot Z = \begin{pmatrix} 246 & 320 & 249 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0{,}04 \\ 0{,}26 \\ 0{,}34 \end{pmatrix} = 246 \cdot 0{,}04 + 320 \cdot 0{,}26 + 249 \cdot 0{,}34 = 177{,}70.$$

Вычислим структурную матрицу коэффициентов затрат, обозначив ее A. Для этого составим матрицу производственных секторов $X1$, элементами которой являются значения матрицы межотраслевого баланса без столбца значений домашнего хозяйства:

$$X1 = \begin{pmatrix} 50 & 16 & 120 \\ 30 & 10 & 180 \\ 15 & 14 & 140 \end{pmatrix}.$$

Составим матрицу удельного выпуска $X2$, которая является диагональной, а элементы главной диагонали равны значениям $x2_{1j} = \dfrac{1}{x_{1j}}$, $j = \overline{1,3}$ строчной матрицы X:

$$X2 = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{246} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{320} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{249} \end{pmatrix}$$

Структурную матрицу коэффициентов прямых затрат, получаем, умножая матрицу $X1$ на матрицу $X2$:

$$A = X1 \cdot X2 = \begin{pmatrix} 50 & 16 & 120 \\ 30 & 10 & 180 \\ 15 & 14 & 140 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{246} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{320} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{249} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{25}{123} & \frac{1}{20} & \frac{40}{83} \\ \frac{5}{41} & \frac{1}{32} & \frac{60}{83} \\ \frac{5}{82} & \frac{7}{160} & \frac{140}{249} \end{pmatrix}.$$

Для того, чтобы осуществить расчет выпуска продукции для заданного конечного спроса, необходимо проверить условия Хаукинса-Саймона (8). Для этого составим матрицу $E - A$:

$$E - A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{25}{123} & \frac{1}{20} & \frac{40}{83} \\ \frac{5}{41} & \frac{1}{32} & \frac{60}{83} \\ \frac{5}{82} & \frac{7}{160} & \frac{140}{249} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{98}{123} & -\frac{1}{20} & -\frac{40}{83} \\ -\frac{5}{41} & \frac{31}{32} & -\frac{60}{83} \\ -\frac{5}{82} & -\frac{7}{160} & \frac{109}{249} \end{pmatrix},$$

затем вычислим диагональные миноры определителя матрицы $E - A$:

$$M_1 = \frac{98}{123};\ M_2 = \begin{vmatrix} \frac{98}{123} & -\frac{1}{20} \\ -\frac{5}{41} & \frac{31}{32} \end{vmatrix} = \frac{1507}{1968};\ M_3 = \begin{vmatrix} \frac{98}{123} & -\frac{1}{20} & -\frac{40}{83} \\ -\frac{5}{41} & \frac{31}{32} & -\frac{60}{83} \\ -\frac{5}{82} & -\frac{7}{160} & \frac{109}{249} \end{vmatrix} = \frac{135625}{490032}.$$

Как видно, все диагональные миноры структурной матрицы коэффициентов прямых затрат положительны, что говорит о выполнении условий (8). Следовательно, можно определить объем выпуска для заданного конечного спроса Y, который находится по формуле (7):

$$Ov = (E - A)^{-1} \cdot Y = \begin{pmatrix} \frac{384621}{271250} & \frac{105288}{678125} & \frac{246492}{135625} \\ \frac{9552}{27125} & \frac{156512}{135625} & \frac{62208}{27125} \\ \frac{126423}{542500} & \frac{92877}{678125} & \frac{375243}{135625} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 150 \\ 120 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{10393746}{27125} \\ \frac{2623104}{5425} \\ \frac{10194309}{27125} \end{pmatrix}.$$

Для вычисления матрицы Ov нужно предварительно вычислить обратную матрицу $(E - A)^{-1}$.

Вычислим для этого объема Ov суммарное количество выбросов загрязняющего вещества Z_2, умножив транспонированную матрицу Ov на матрицу Z - матрицу выбросов загрязняющих веществ:

$$Z_2 = (Ov)^T \cdot Z = \begin{pmatrix} \frac{10393746}{27125} & \frac{2623104}{5425} & \frac{10194309}{27125} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0{,}04 \\ 0{,}26 \\ 0{,}34 \end{pmatrix} = 268{,}823.$$

Как видим, количество загрязняющих веществ при заданном спросе Y на продукцию увеличился.

Элементы 2-го столбца матрицы $(E-A)^{-1}$ указывают на изменения выпуска в производящих секторах при увеличении потребностей в промышленных товарах на единицу потребления промышленной продукции[7]. Учитывая это, произведем дополнительные вычисления. Например, вычислим материальные затраты при увеличении выпуска продукции (производимой промышленностью) на $4{,}5\%$. Для этого, умножим элемент, стоящий во второй строке столбца матрицы Ov на число $\frac{4{,}5}{100}$:

$$d=\frac{2623104}{5425}\cdot 0{,}045=21{,}758.$$

Следовательно, увеличится выпуск товаров и услуг: это вычисляется, умножив транспонированный 2-й столбец матрицы $(E-A)^{-1}$ на величину d :

$$Xy=\begin{pmatrix}\frac{105288}{678125} & \frac{156512}{135625} & \frac{92877}{678125}\end{pmatrix}\cdot 21{,}758=\begin{pmatrix}3{,}3782 & 25{,}1093 & 2{,}9800\end{pmatrix}.$$

Увеличение количества выбросов загрязняющих веществ составит при этом:

$$Z_3=\begin{pmatrix}3{,}3728 & 25{,}1093 & 2{,}9800\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0{,}04\\0{,}26\\0{,}34\end{pmatrix}=7{,}6767.$$

Проведем исследование модели межотраслевого баланса в системе Maple. Подключим специализированный пакет *Linalg*:

```
restart;
with(linalg);
```

Составляем матрицу межотраслевого баланса B, вводим данные матрицы выбросов загрязняющих веществ Z :

```
B:=matrix(3,4,[50,16,120,60,30,10,180,100,15,14,140,80]);
Z:=matrix(3,1,[0.04,0.26,0.34]);
```

$$B:=\begin{bmatrix}50 & 16 & 120 & 60\\30 & 10 & 180 & 100\\15 & 14 & 140 & 80\end{bmatrix}$$

$$Z:=\begin{bmatrix}0.04\\0.26\\0.34\end{bmatrix}$$

Для вычисления общего выпуска каждой продукции составим вектор общего выпуска[8]-[10]:

```
multiply(B,Matrix(4,1,[1$4]));
X:=convert(%,vector);
```

$$\begin{bmatrix} 246 \\ 320 \\ 249 \end{bmatrix}$$

$$X := [246, 320, 249]$$

Количество выбросов загрязняющих веществ Z_1 при заданных данных получаем, умножив матрицу X на матрицу, элементами которой являются численные данные выбросов веществ, используя команду *multiply* :

```
Z1:=multiply(X,Z);
```

$$Z1 := [177.70]$$

Произведем расчеты количества выбросов загрязняющих веществ Z_2 при заданных данных спроса на продукцию Y. Вычислим структурную матрицу коэффициентов затрат, как описана выше :

```
X1:=submatrix(B,1..3,1..3);
X2:=diag(seq(1/X[i],i=1..3));
A:=multiply(X1,X2);
```

$$X1 := \begin{bmatrix} 50 & 16 & 120 \\ 30 & 10 & 180 \\ 15 & 14 & 140 \end{bmatrix}$$

$$X2 := \begin{bmatrix} \frac{1}{246} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{320} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{249} \end{bmatrix}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{25}{123} & \frac{1}{20} & \frac{40}{83} \\ \frac{5}{41} & \frac{1}{32} & \frac{60}{83} \\ \frac{5}{82} & \frac{7}{160} & \frac{140}{249} \end{bmatrix}$$

Проверим условия Хаукинса-Саймона (1.8), для чего составим матрицу $E - A$ [9]:

```
EA:=evalm(diag(1$3)-A);
M:=seq(det(submatrix(EA,1..i,1..i)),i=1..3);
if M[1]>0 and M[2]>0 and M[3]>0 then print (_Ysloviya_vipolnimi_);
else print (_Ysloviya_ne_vipolnimi_);
fi;
```

$$M := \frac{98}{123}, \frac{1507}{1968}, \frac{135625}{490032}$$

*_Ysloviya_vipolnimi_*

Объем выпуска для заданного конечного спроса Y вычисляем, используя формулу (7):

```
Y:=matrix(3,1,[100,150,120]);
Xx:=multiply(1/EA,Y);
```

$$Y := \begin{bmatrix} 100 \\ 150 \\ 120 \end{bmatrix}$$

$$Xx := \begin{bmatrix} \frac{10393746}{27125} \\ \frac{2623104}{5425} \\ \frac{10194309}{27125} \end{bmatrix}$$

При нахождении матрицы Xx, была вычислена обратная матрица $(E-A)^{-1}$. Суммарное количество выбросов загрязняющего вещества $Z2$ вычисляется при умножении транспонированной матрицы Xx на матрицу Z - матрицу выбросов загрязняющих веществ:

```
Z2:=multiply(transpose (Xx),Z);
```

$$Z2 := [268.8239668\ ]$$

Для вычисления количества выбросов загрязняющих веществ при увеличении потребностей в промышленных товаров, например на $4{,}5\%$, используем команды:

```
d:=Xx[2,1]*0.045;
Xn:=scalarmul(col(1/EA,2),d);
Z3:=multiply(Xn,Z);
```

$$d := 21.75846636$$

$$Xn := [3.378293686\ , 25.10939050\ , 2.980071639\ ]$$

$$Z3 := [7.676797634\ ]$$

Так как вычисления возможны при выполнении условий Хаукинса-Саймона запишем их внутри цикла:

```
if M[1]>0and M[2]>0 and M[3]>0 then print (_Ysloviya_vipolnimi_);
Y:=matrix(3,1,[100,150,120]);
Xx:=multiply(1/EA,Y);
        Z2:=multiply(transpose (Xx),Z);
        map(evalf,%,5);
d:=Xx[2,1]*0.045;
Xn:=scalarmul(col(1/EA,2),d);
Z3:=multiply(Xn,Z);
else print (_Ysloviya_ne_vipolnimi_);
fi;
```

Для автоматизированной программы вводятся числовые данные в начале программы:

```
b11:=50:b12:=16:b13:=120:b14:=60:b21:=30:b22:=10:b23:=180:b24:=100:
```

```
b31:=15:b32:=14:b33:=140:b34:=80:
z11:=0.04:z21:=0.26:z31:=0.34:
y11:=100:y21:=150:y31:=120:
B:=matrix(3,4,[b11,b12,b13,b14,b21,b22,b23,b24,b31,b32,b33,b34]);
Z:=matrix(3,1,[z11,z21,z31]);
Y:=matrix(3,1,[y11,y21,y31]);
```

Далее, программа идентична. Теперь изменяя данные, программа будет вычислять с новыми данными при этом изменения внутри программы не вносятся.

References:

1. (2019). Zhirov, A. I. Prikladnaja jekologija. V 2 t. Tom 2 -Moscow: Izdatel`stvo Jyrajt, 2019, 311 s.
2. (2019). Riznichenko G. Jy. Matematicheskoe modelirovanie biologicheskih processov. Modeli v biofizike i jekologii , Moscow: Izdatel`stvo Jyrajt, 2019, 181 s.
3. (2018). Riznichenko G. Jy. Matematicheskie metody v biologii i jekologii. Biofizicheskaja dinamika produkcionnyh processov v 2 ch, Moscow: Izdatel`stvo Jyrajt, 2018, 185 s.
4. (2020). Meshalkin V. P. Osnovy informatizacii i matematicheskogo modelirovanija jekologicheskih sistem, Moskva : INFRA-M, 2020.- 357 s.
5. (2013). Partyka, T.L. Matematicheskie metody, Moscow: Forum, NIC Infra-M, 2013, 464 c. .
6. (2015). 6. Beluchenko I.S., Smagin A.V. Analiz dannyh i matematicheskoe modelirovanie v jekologii i prirodopol`zovanii-Krasnodar: KubGAU, 2015, 313 s.
7. (2018). 7. Truhan, A.A. Linejnaja algebra i linejnoe programmirovanie: - SPb.: Lan`, 2018, 316 c.
8. (2020). Kirsanov M. N. ,Matematika i programmirovanie v Maple : uchebnoe posobie, Moskva : Aj Pi Ar Media, 2020, 164 c.
9. (2017). D`jakonov V.P. « Maple 9.5 10 v matematike, fizike i obrazovanii». Moskva : SOLON-PRESS, 2017, 720 c.
10. (2019). Shabarshina, I. S. Osnovy komp`uternoj matematiki. Zadachi sistemnogo analiza i upravlenija, Rostov-na-Donu, Taganrog : Izdatel`stvo Jyzhnogo federal`nogo universiteta, 2019, 142 c.