

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
ISI (Dubai, UAE) = 1.582
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
ПИИЦ (Russia) = 3.939
ESJI (KZ) = 8.771
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)

International Scientific Journal Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2023 Issue: 06 Volume: 122

Published: 15.06.2023 <http://T-Science.org>

Issue

Article



Utkir Anjiboyevich Nishonov

Samarkand State University

Associate professor to Department of Theoretical and Applied Mechanics,

utkir-n1978@ramler.ru

Ja'far Ikromovich Rabbimkulov

Samarkand State University

Student

WAVE PROPAGATION IN DISCONTINUOUS MECHANICAL PROPERTIES

Abstract: The processes of wave propagation in kernels with non-continuous mechanical properties, that is, the processes of propagation and return of waves in kernels with different cross-sectional surfaces and materials, are studied. Along with the theory of the wave, the problems of wave propagation in the s kernels of such characteristics were presented.

Key words: rod, solutions, equations, oscillations, amplitude, algorithm.

Language: Russian

Citation: Nishonov, U. A., & Rabbimkulov, J. I. (2023). Wave propagation in discontinuous mechanical properties. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 06 (122), 210-213.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-06-122-32> **Doi:** [crossref https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2023.06.122.32](https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2023.06.122.32)

Scopus ASCC: 2200.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В РАЗРЫВНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ

Аннотация: Изучаются процессы распространения волн в ядрах с непостоянными механическими свойствами, т.е. процессы распространения и возврата волн в ядрах с различными поверхностями поперечного сечения и материалами. Наряду с теорией волн были поставлены задачи о распространении волн в ядрах таких характеристик.

Ключевые слова: стержень, решения, уравнения, колебания, амплитуда, алгоритм.

Введение

Волновые отражения, имеющие место на закрепленном или свободном конце однородного стержня, можно рассматривать как частные случаи общих явлений отражения и преломления, возникающих при любой неоднородности свойств стержня. Условия равновесия и совместимость,

которая должна выполняться во всех точках вдоль стержня, требует, чтобы дополнительные отраженные и преломленные волны генерировались на стыке между стержнями с разными свойствами в ответ на действие любой данной падающей волны.

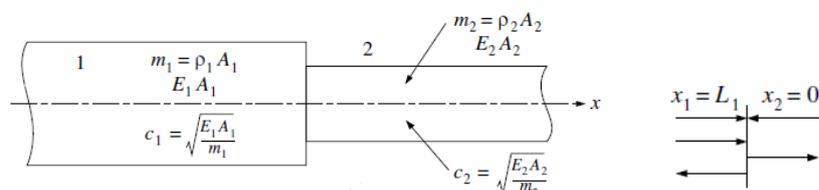


Рис.1

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 3.939
 ESJI (KZ) = 8.771
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

Рассмотрим, например, место соединения стержней 1 и 2, показанное на рис.1. Свойства стержней с каждой стороны стыка характеризуются их массой на единицу длины \bar{m} и осевой жесткостью EA. Также скорость распространения волны с каждой стороны определяется формулой $V_p = \sqrt{AE/\bar{m}} = \sqrt{E/\rho}$. Прямая волна U_a , которая достигает точки соединения в стержне 1, генерирует отражение U_b , которое движется в отрицательном направлении.

Направление в стержне 1 и в то же время создает преломленную волну U_c , которая распространяется вперед в стержне 2. На стыке накладываются два условия непрерывности:

Вытеснение:

$$U_1 = U_2 \quad \text{или} \quad U_a + U_b = U_c \quad (1)$$

Сила:

$$N_1 = N_2 \quad \text{или} \quad N_a + N_b = N_c \quad (2)$$

где указано, что в баре 1 действуют как падающая, так и отраженная волны. Поскольку эти условия непрерывности должны выполняться всегда, должна выполняться и производная по времени от условия смещения, т. е.

$$\frac{\partial U_a}{\partial t} + \frac{\partial U_b}{\partial t} = \frac{\partial U_c}{\partial t} \quad (3)$$

Но падающая волна может быть выражена в виде

$$U_a = f_a(x - ct) \equiv f_a(\xi) \quad (4)$$

где переменная ξ введена для удобства. Теперь производные от U_a могут быть выражены как

$$\frac{\partial U_a}{\partial x} = \frac{\partial f_a}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial f_a}{\partial \xi} \quad \frac{\partial U_a}{\partial t} = \frac{\partial f_a}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} = -c_1 \frac{\partial f_a}{\partial \xi} \quad (5)$$

откуда видно, но деформации, $\frac{\partial U_a}{\partial x} = \varepsilon_a$ и т. д., могут быть выражены через силы, действующие в стержнях:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} = N_a/A_1E_1 \quad \text{и т. д.};$$

следовательно, условие совместимости уравнения (2) можно выразить через силовые волны

$$N_c = \alpha(N_a - N_b) \quad (6)$$

где

$$\alpha = \frac{c_1 A_2 E_2}{c_2 A_1 E_1} = \sqrt{\frac{m_2 E_2 A_2}{m_1 E_1 A_1}} \quad (7)$$

Наконец, это условие совместимости можно ввести в условие равновесия сил для выражения преломленной и отраженной волн через падающую волну

Из которого

$$U_b = U_a \frac{\alpha-1}{\alpha+1} \quad U_c = U_a \frac{2}{\alpha+1} \quad (8)$$

Соотношения между падающими, отраженными и преломленными волнами для различных случаев несплошности приведены в таблице.

Таблица 1.

Обстоятельства	$\alpha = \sqrt{\frac{A_2 E_2 m_2}{A_1 E_1 m_1}}$	Силовые волны	Волны смещения
		$\vec{N}_a + \vec{N}_b = \vec{N}_c$	$\vec{u}_a + \vec{u}_b = \vec{u}_c$
1. непрерывного	1	1 0 1	1 0 1
2. Фиксированный конец	∞	1 2 1	1 -1 0
3. Свободный конец	0	1 0 -1	1 1 2
4. $\frac{A_2 E_2}{A_1 E_1} = \frac{m_2}{m_1} = 2$	2	1 1/3 4/3	1 -1/3 2/3
5. $\frac{A_2 E_2}{A_1 E_1} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{2}$	1/2	1 -1/3 2/3	1 1/3 4/3

Другая связь, представляющая значительный интерес, сразу становится очевидной из уравнения $\frac{\partial U_a}{\partial t} = -c_1 \frac{\partial U_a}{\partial x}$, если скорость частицы в левой части обозначить через $\partial u_a / \partial t = \dot{u}_a$, а деформацию в правой части через $\partial u_a / \partial x = \varepsilon_a = \sigma_a / E_1$. Делая эти замены, отношение становится

$$\dot{u}_a = -\frac{V_{p1}}{E_1} \sigma_a \quad (9)$$

Говоря словами, положительная скорость частиц при распространении волн нормальных напряжений напрямую связана с напряжением сжатия волны коэффициентом

пропорциональности для материала V_p/E , где V_p — скорость распространения волны.

Задача. Пусть даны 2 стержня из разных материалов, соединенных последовательно. Эти 2 стержня имеют разную плотность и жесткость, и распространение волн меняется в зависимости от этих свойств. Здесь мы рассмотрим процесс распространения волн у этого острота. Пусть задано переменное перемещение от конца стержня 1 по закону $u_a = \sin \omega t$. В результате этого волна, распространяющаяся в первом стержне, должна вернуться в виде u_b на границе соединения u_a , и

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИНЦ (Russia) = 3.939
 ESJI (KZ) = 8.771
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

продолжиться в виде u_c во втором стержне. Подбираем характеристики первой стержень следующим образом; $E_1 = 2 \cdot 10^{11} \text{Па}$, $\rho_1 = 7850 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $A_1 = 0,01 \text{м}^2$

За второй стержень; $E_2 = 10^{11} \text{Па}$, $\rho_2 = 9000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $A_2 = 0,01 \text{м}^2$

Отсюда согласно (7). $\alpha = \frac{c_1 A_2 E_2}{c_2 A_1 E_1} = 0,75$.

Точно так же вышеперечисленное можно сделать в разных вариантах стержневых свойств. Ниже при различных значениях параметра α с помощью программы Maple 9 описываются волны, падающие на участок крепления стержень, возвращающиеся и распространяющиеся вдоль второй стержень.

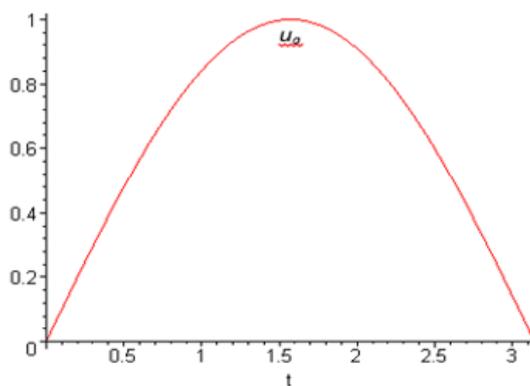


Рис. 2. Распространение волн в однородном стержне

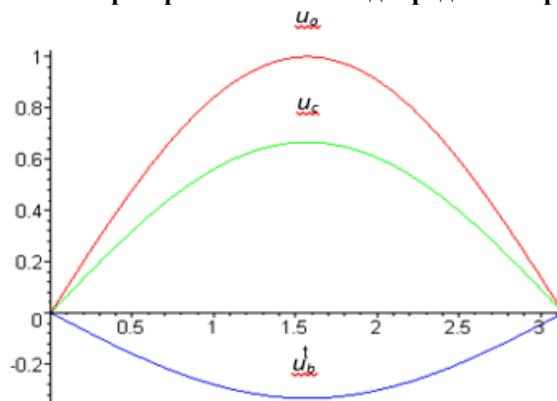


Рис. 3. Распространение волны в стержне при одинаковом материале ступеней $2A_1=A_2$

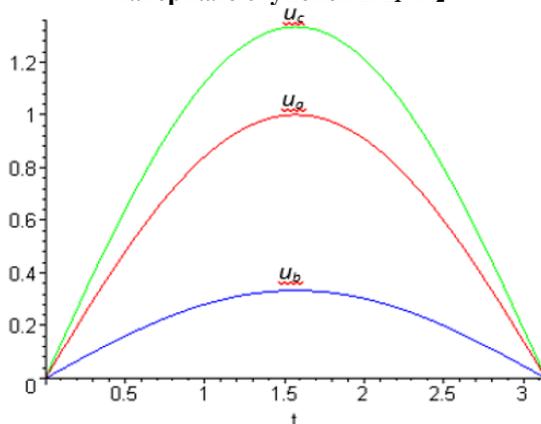


Рис. 4. Распространение волны $2A_1=A_2$ в стержне с тем же материалом ступени

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
ISI (Dubai, UAE) = 1.582
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 3.939
ESJI (KZ) = 8.771
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

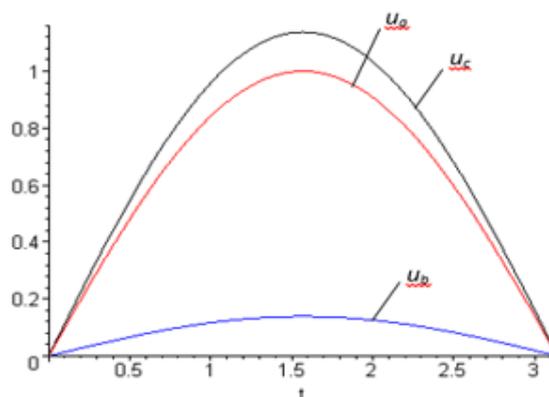


Рис. 5. Распространение волны в стержне разных характеристик сечение одинаковое (сталь-медь).

Здесь c_1, c_2, c_3 , E_1, E_2, E_3 , и A_1, A_2, A_3 — механические и геометрические свойства первого, второго и третьего стержней. На рисунках 2-5 показано распространение волны в двухкаскадной корме для разных случаев.

По полученным результатам были определены:

- в однородном стержней волна распространяется без изменения формы;

- часть волны возвращается обратно, а другая часть продолжает распространяться по второй корме на границе последовательно соединенных стержней разных характеристик,

- амплитуда увеличивается при переходе волны от стержня большого сечения к стержню малого сечения;

- амплитуда уменьшается при переходе волны от стержня малого сечения к стержню большого сечения;

- амплитуда увеличивается при переходе волны от кормы из твердого материала к корме из более мягкого материала;

- амплитуда уменьшается при переходе волны от стержня из более мягкого материала к стержню из более твердого материала.

References:

1. Clough, R.W., & Penzien, J. (1975). *Dynamics of Structures. International Student Edition.* (p.634).
2. Rabotnov, Jy.N. (1988). *Mehanika deformiruemogo tverdogo tela.* Moskva: «Nauka».
3. Hudojnarov, H. H. (2003). *Nestacionarnoe vzaimodejstvie cilindricheskikh obolochek i sterzhnej s deformiruej sredo.* (p.326). Tashkent: Abu Ali ibn Sino.
4. Panovko, Ja.G. (1980). *Vvedenie v teoriju mehanicheskikh kolebanij.*
5. Migulin, V.V., Medvedev, V.I., Mustrel', E.R., & Parygin, V.N. (1978). *Osnovy teorii kolebanij.*
6. Timoshenko, S.P., Jang, D.H., & Uiver, U. (1967). *Kolebanija v inzhenernom dele.*
7. Guljaev, V.I., Bazhenov, V.A., & Popov, S.L. (1989). *Prikladnye zadachi teorii nelinejnyh kolebanij mehanicheskikh sistem.*
8. Svetlickij, V.A., & Stasenko, I.V. (1973). *Sbornik zadach po teorii kolebanij.*
9. Lampsi, B.B., et al. (2016). *Sbornik zadach i uprazhnenij po dinamike sterzhnevnyh sistem* Ucheb. Posobie. Nizhegor. gos. arhitektur.-stroit. un-t. (p.96). N. Novgorod: NNGASU.
10. Sagomanjan, A.Ja. (1979). *Volny naprjazhenija v splotnyh sredah.* Izd.: MGU.
11. Biderman, V.L. (1972). *Prikladnaja teorija mehanicheskikh kolebanij.* M.: Vysshaja shkola.
12. Mamatkulov, Sh.M. (1987). *Kolebanija i volny v gidrouprugih i i gruntovyh sredah.* Tashkent: Fan.