

## Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317  
ISI (Dubai, UAE) = 1.582  
GIF (Australia) = 0.564  
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912  
ПИИЦ (Russia) = 3.939  
ESJI (KZ) = 8.771  
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630  
PIF (India) = 1.940  
IBI (India) = 4.260  
OAJI (USA) = 0.350

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)  
International Scientific Journal  
**Theoretical & Applied Science**  
p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)  
Year: 2024 Issue: 04 Volume: 132  
Published: 15.04.2024 <http://T-Science.org>

Issue

Article



**Sayidmaksud Rakhmonovich Razzokov**

Samarkand State Institute of Architecture and Civil Engineering  
Doctor of Technical Sciences, Professor

**Sherzod Rustamkulovich Yakhshiboev**

Samarkand State Institute of Architecture and Civil Engineering  
PhD – Acting Associate Professor

**Numonkhon Sayidmaksudovich Razzokov**

Samarkand State Institute of Architecture and Civil Engineering  
Senior lecturer

**Tamara Aytiniyazovna Tleubaeva**

Samarkand State Institute of Architecture and Civil Engineering  
Senior lecturer

**Murodzhon Mukhammadievich Aslonov**

Samarkand State Institute of Architecture and Civil Engineering  
Senior lecturer  
[npl-spk@list.ru](mailto:npl-spk@list.ru)

## CALCULATION OF HANGING SHELLS COMPLEX GEOMETRY

**Abstract:** A method for calculating large-span, spatial hanging shells is presented. A resolving system of equations is obtained for determining the stress-strain state of the hanging shells, the support contour, bearing and stabilizing cables.

**Key words:** fracturing system, calculation, hanging shells, complex geometries, bearing, stabilizing cables.

**Language:** Russian

**Citation:** Razzokov, S. R., Yakhshiboev, Sh. R., Razzokov, N. S., Tleubaeva, T. A., & Aslonov, M. M. (2024). Calculation of hanging shells complex geometry. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 04 (132), 171-176.

**Soi:** <http://s-o-i.org/1.1/TAS-04-132-19> **Doi:**  <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2024.04.132.19>

**Scopus ASCC:** 2200.

## РАСЧЕТ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ВИСЯЧИХ СИСТЕМ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИИ

**Аннотация:** Приводится методика расчета большепролетных, пространственных висячих оболочек сложной геометрии. Получены разрешающие система уравнений для определения напряженно-деформированного состояния висячих оболочек, опорного контура, несущих и стабилизирующих вант.

**Ключевые слова:** разрешающая система, расчет, висячих оболочки, сложной геометрии, несущие, стабилизирующие ванты.

### Введение

УДК 624.012.074

Вантовые системы, образуемые взаимно перекрещивающимися тросами, называются сетями. Применяются сети ортогональные,

ромбические геодезические и др., при этом ванты могут опираться на жесткий деформируемый контур.

Рассмотрим висячих оболочечных систем – ортогональные сети, опертые на двух жестких замкнутых криволинейных контурных арок

## Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317  
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582  
 GIF (Australia) = 0.564  
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912  
 ПИИЦ (Russia) = 3.939  
 ESJI (KZ) = 8.771  
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630  
 PIF (India) = 1.940  
 IBI (India) = 4.260  
 OAJI (USA) = 0.350

(рис.1). Ортогональными называют сети из двух семейств вант, расположенные в плане параллельно, направленных взаимно перпендикулярно.

Одно семейство вант имеет провес вниз (несущие), другое — выпуклость вверх (стабилизирующие). Предварительное напряжение системы создается натяжением стабилизирующих вант. Все ванты одного семейства расположены с одинаковым шагом в параллельных вертикальных плоскостях. При равномерно распределенной нагрузке на покрытие параллельно расположенные пологие ванты получают форму конгруэнтных парабол, отличающихся только ординатой вершин, имея уравнение поверхности гиперболического параболоида:

$$z = -4fx^2/l_n^2 + 4f_cy^2/l_c^2, \quad (1)$$

где в дальнейшем, индекс «н» соответствует несущим, а индекс «с» — стабилизирующим вантам.

Расчет сложную висячую систему выполним, принимая за исходное состояние покрытие при действии полной расчетной нагрузки. По теории висячих систем исследованиями В. К. Качурина [1] установлено, что поверхность ортогональной системы после изменения нагрузки несколько отличающееся от поверхности гиперболического параболоида. Кривые провисания вант отличаются от парабол, а нагрузка, передаваемая стабилизирующими вантами на несущие, несколько отличается от равномерно распределенной.

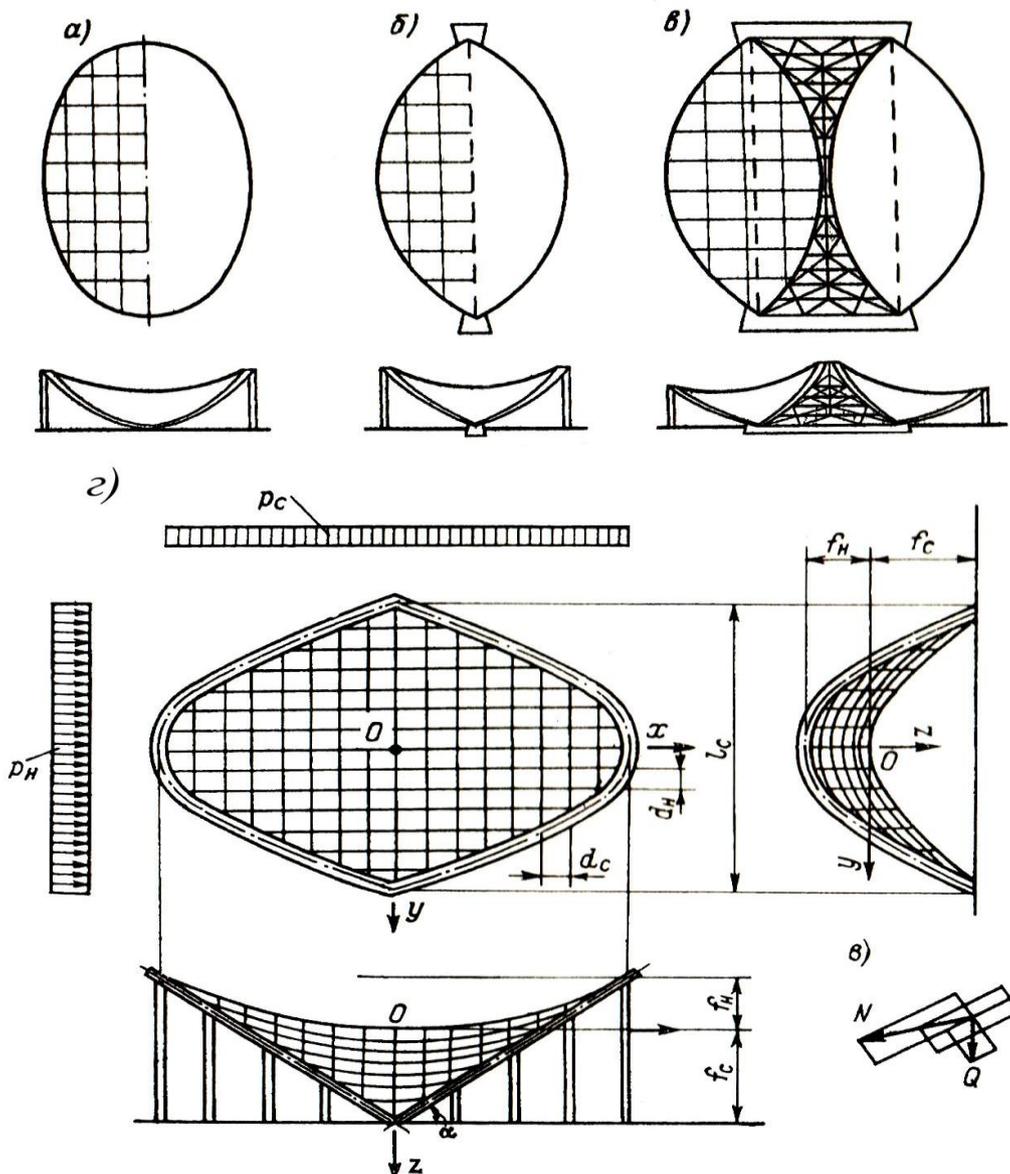


Рис.1. Ортогональные висячие системы сложной геометрии:  
 а – с эллиптическим опорным контуром; б – г, с контуром в виде двух плоских арок;

## Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317  
ISI (Dubai, UAE) = 1.582  
GIF (Australia) = 0.564  
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912  
ПИИЦ (Russia) = 3.939  
ESJI (KZ) = 8.771  
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630  
PIF (India) = 1.940  
IBI (India) = 4.260  
OAJI (USA) = 0.350

Рассмотрим систему с двумя эллиптическим арочным опорным контуром (рис.1 а). Так как все параболы одного семейства конгруэнтны, то распоры в них от одинаковой равномерной нагрузки равны между собой.

Реакция одного семейства вант, передающаяся на опорный контур может принята в виде равномерно распределенной погонной нагрузки

$$p_n = H_n / d_n \text{ и } p_c = H_c / d_c \quad (2)$$

Уравнение эллипсоидного контура имеет вид

$$4x^2 / l_n^2 + 4y^2 / l_c^2 = 1 \quad (3)$$

В расчете сети предполагается, что ванты упругие, а контур – абсолютно жесткий.

Ванты несут полную расчетную нагрузку от покрытия и дополнительную нагрузку от натяжения стабилизирующих вант в размере 10—15% от этой нагрузки. Для исходного состояния системы провесы главных тросов  $f_n$  и  $f_c$  будем считать заданными. Усилия в главной несущей и стабилизирующей вантах, а следовательно, и во всех других случаях могут быть определены

$$H_n = q_n d_n l_n^2 / (8f_n) \text{ и } H_c = q_c d_c l_c^2 / (8f_c). \quad (4)$$

В ходе дальнейшего расчета определяется сечение несущих вант и выполняется проверки.

Сечение стабилизирующих вант задаются в следующих пределах:

$$\omega_c = (0,2 \div 0,4) \omega_n d_c / d_n, \quad (5)$$

где  $\omega_c = A_c / E_c$ ,  $\omega_n = A_n / E_n$  - жесткости стабилизирующего и несущего ванта;  $A_c$ , и  $A_n$  -

$$(B_{1n} + B_{1c})x^3 - 3(B_{1n}f_n + B_{1c}f_c)x^2 + (A_{1n} + A_{1c} + 2B_{1n}f_n^2 + B_{1c}f_c^2)x - (q - q_1) = 0 \quad (11)$$

где  $A_{1n} = 8H_n / (d_n l_n^2)$ ;  $A_{1c} = 8H_c / (d_c l_c^2)$ ;  $B_{1n} = 64\omega_n / (3l_n^4 d_n m_n^3)$ ;  $B_{1c} = 64\omega_c / (3l_c^4 d_c m_c^3)$ ;  $q$  - полная нагрузка исходного состояния;  $m = S_n / l_n$ ,  $m = S_c / l_c$  - отношение длины вант к их пролету соответствующих направлений вант.

Рассмотрим систему, приведенную на рис. 1 в.г. Сеть как и ранее, имеет поверхность гиперболического параболоида и оперта на две плоские наклонные арки параболического очертания.

Очертания контура надо выбирать так, чтобы в плане не возникали изгибающие моменты, т. е, контур был безмоментным. Как показано в работе [3-5] наиболее выгодным является эллипсоидный контур (рис.1а), причем условие его безмоментности имеет вид

$$q_c = q / (f_n f_c - 1) \quad (12)$$

или

$$q_n = q [1 + f_c / (f_n - f_c)]. \quad (13)$$

Условие безмоментности контура может быть достигнуто выбором провесов главных вант

площади их по перерезному сечения;  $E_c$  и  $E_n$  - модуль упругости.

За исходное состояние системы принимают вантовая сеть без нагрузки собственным весом, пренебрегают либо нагрузку ее весом, незамоноличенных плит в сочетании с ветровым отсосом.

Рассмотрим условие равновесия вантовой сети при снятии части нагрузки

$$q_n + q_1 + q_c, \quad (6)$$

где  $q_1$  - внешняя нагрузка в новом состоянии системы, а  $q_n$  и  $q_c$  - нагрузки, воспринимаемые вантами соответствующих направлений.

Значение нагрузки на ванту получим как произведение распора на провес ванты. Распор несущей ванты при снятии части нагрузки уменьшится, так же как ее провес:

$$q_n = 8M_n / (d_n l_n^2) = 8(H_n - \Delta H_n)(f_n - x) / (d_n l_n^2) \quad (7)$$

Аналогично

$$q_c = 8(H_c - \Delta H_c)(f_c + x) / (d_c l_c^2), \quad (8)$$

где  $x = \Delta f_n = \Delta f_c$  неизвестное приращение провеса. Приращение распоров  $\Delta H_n$  и  $\Delta H_c$  определим по формулам

$$\Delta H_n = 8\omega_n (2f_n - x)x / (3l_n^2 m_n^2). \quad (9)$$

$$\Delta H_c = 8\omega_c (2f_c + x)x / (3l_c^2 m_c^2). \quad (10)$$

Подставим полученные выражения (9) и (10) в формулы (7) и (8) а затем в (6). В результате получим решение в виде кубического уравнения относительно приращения провеса:

и соотношением нагрузок, приходящихся на несущие и стабилизирующие ванты, только при определенной нагрузке, ее изменении меняют провесы вант и безмоментное состояние контура нарушается.

Безмоментное состояние контура выгодно подобрать для нагрузки, между постоянной и максимальной, половины снеговой нагрузки. При этом моменты в контуре возникают как при отсутствии снега, так и при полном снеге, однако по абсолютной величине оказываются минимальными.

В расчет изгиба контура на действие равномерно распределенных нагрузок удобно вести методом сил. Замкнутое кольцо трижды статически неопределимо. Введя шарниры в двух диаметрально противоположных сечениях, превратим его в статически определимое (рис. 1а). По условиям симметрии третье неизвестное – перерезывающие силы в шарнирах – обращается в нуль, а нормальные давления – в  $p_c l_n / 2$ . Неизвестные моменты в шарнирах также равны

## Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 1.582	РИИЦ (Russia) = 3.939	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.771	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 7.184	OAJI (USA) = 0.350

между собой. Решение системы сводится к одному уравнению метода сил с одним неизвестным – изгибающими моментами, в шарнирах. Максимальные по абсолютной величине изгибающие моменты в контурном кольце возникают в сечениях, расположенных на главных осях эллипса.

Уравнение плоскости, в которой лежит арка:

$$2f_n \cos^2 \alpha x^2 / l_n + (4f_n \cos^2 \alpha^2 / l_n - \sin \alpha)x = 4f_c y_c^2 / l^2 \quad (15)$$

Если в этом выражении положить  $2x \cos \alpha / l_n = \eta$ ;  $2y / l_c = \xi$  и  $f_n / f_c = \lambda$  (16)

то оно примет вид  $\lambda \eta^2 + (1 - \lambda) \xi^2 = 1$ ,

где  $\xi$  имеет действительные значения при  $1 + \lambda(\eta - 1) \geq 0$ .

Так как  $\eta$  изменяется в пределах от нуля до единицы, то при  $\eta \rightarrow 0$  условие действительности обращается в  $\lambda \leq 1$  или  $f_n \leq f_c$ .

Для облегчения вычисления коэффициентов при неизвестных свободных членах канонических уравнений определим изгибающие моменты в любом сечении контурной арки в основной системе.

Расчет сети выполнен так же, как и в предыдущем случае. Контурные арки рассчитываются на действие равномерно распределенных нагрузок  $p_n$  и  $p_c$ . Нагрузки от вант раскладываются на две составляющие – одна в плоскости опорной арки, другая – нормально к ней (рис. 1, в).

Очертание арки должно быть выбрано так, чтобы по всей длине пересекаться с поверхностью сети согласно выражению (1).

Условие это несовместимо с условием безмоментности контура (12). Действительно, если  $q_c$  составляет 10-20% от  $q$ , то на основании (12)  $\lambda = 5 \div 10$ . Очевидно, что контурные арки существенно моментны.

$$M_x = l_n^2 l_c^2 (q_n \cos \alpha + q_c \cos \alpha) (1 / l_c) + p_c l_c^2 / (4 \cos \alpha) \quad (19)$$

В опорном шарнире арки от единичного момента

$$M_1 = \eta \quad (20)$$

То же, в ключевом шарнире от момента:

$$M_1 = (1 - \eta) \quad (21)$$

Наклон арки и провесы тросов выгодно подобрать так, чтобы составляющие усилий  $N$ , направленные вверх нормально к плоскости арки, уравновешивались составляющей ее веса  $Q$ . Тогда арки работают только в своей плоскости, а поддерживающие их стойки включаются в работу лишь при изменении нагрузки. Кроме

$$Z = 2(f_n - f_c) / (l_n - f_c) \quad (14)$$

Получим уравнение оси арки относительно центра сети. Решая это выражение совместно с (1), преобразуя его так, чтобы начало координат лежало в ключе арки, а ось  $x$  была направлена по оси ее симметрии, тогда уравнение оси арки примет вид

Определение усилий, действующих в контурных арках, может быть выполнено методом сил. При этом в качестве основной системы удобно рассматривать трехшарнирные арки, вводя шарниры на главных осях контура.

Так как усилия в противоположных шарнирах при равномерной нагрузке попарно равны, то задача решается системой из двух канонических уравнений.

Для облегчения вычисления коэффициентов при неизвестных и свободных членах канонических уравнений определим изгибающие моменты в любом сечении контурной арки в основной системе.

Из условия равновесия полуарки нормальное усилие в ключевом шарнире

$$N_{ш} = p_n l_n^2 \cos \alpha / (4 l_c) + p_c l_c^2 / (4 \cos \alpha) \quad (17)$$

Усилия, действующие в плоскости арки:

$$p_n = q_n l_n^2 \cos \alpha / 8 f_n \quad (18)$$

$$p_c = q_c l_c^2 \cos \alpha / 8 f_c$$

Изгибающий момент в арке для точки с координатами  $(x, y)$

$$M_x = N_{ш} x - p_n y^2 / 2 - p_c x^2 / 2$$

Подставив в эту формулу значение  $N_{ш}$  и произведя все необходимые упрощения и переходя к обобщенным координатам  $\eta$  и  $\xi$ , получим

изложенного расчета на равномерно распределенную нагрузку, существуют другие методы, позволяющие рассчитать систему на более сложные виды нагрузок, например на неравномерную снеговую нагрузку.

Нелинейную задачу расчета системы можно заменить линейной, ввести одну поправку, учитывающую удлинение, затем вторую и так далее, до тех пор, пока не будет получена удовлетворительная сходимости результатов.

Применение метода последовательных приближений к расчету сетей приводит к решению значительного количества систем

## Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317  
ISI (Dubai, UAE) = 1.582  
GIF (Australia) = 0.564  
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912  
РИИЦ (Russia) = 3.939  
ESJI (KZ) = 8.771  
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630  
PIF (India) = 1.940  
IBI (India) = 4.260  
OAJI (USA) = 0.350

линейных уравнений с большим числом членов и может быть осуществлено только на компьютере.

Решение системы нелинейных уравнений может быть также заменено рекуррентной последовательностью линейных уравнений с меняющимися коэффициентами, когда нагрузка прикладывается к системе малыми порциями решая систему линейных уравнений и полагая при этом каждое предыдущее состояние за исходное.

Рассмотрим расчет висячей оболочки на температурные воздействия.

Определим усилия в сети при изменении температуры на  $\Delta t = (t - t_1)$ , считая, что провесы главных вант и действующие в них до изменения температуры усилия известны. Положим, что при уменьшении температуры провес главной несущей ванты уменьшится на величину  $x(t)$  а провес главной стабилизирующей ванты возрастет на ту же величину. Распоры вант обоих

направлений при уменьшении температуры увеличатся.

Так как относительное укорочение всех вант одного направления одинаково, одинаковым будет и приращение распоров в них, что можно рассматривать и как результат приращения нагрузки.

Уравнение равновесия по аналогии с предыдущим имеет вид (6) а значения нагрузок:

$$\left. \begin{aligned} q_n &= 8(H_n - \Delta H_n)(f_n - x(t)/(d_n l_n^2)); \\ q_c &= 8(H_c - \Delta H_c)(f_c - x(t)/(d_c l_c^2)), \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

где  $x$  – приращение провеса главных вант, от влияния температуры;

По условиям равновесия до изменения температуры

$$8H_n f_n / (d_n l_n^2) = q + 8H_c f_c / (d_c l_c^2).$$

Тогда при подстановке уравнения (22) в (6) имеем

$$[\Delta H_n (f_n - x(t) - H_n x(t)) / (d_n l_n^2)] = [\Delta H_c (f_c + x(t) - H_c x(t)) / (d_c l_c^2)] \quad (23)$$

При уменьшении температуры на  $\Delta t$  и коэффициенте линейного расширения  $\eta$  удлинение тросов

$$\Delta S = \Delta H m S / \omega - \eta \Delta t S$$

На основании уравнения ( )

$$\Delta S_n = -8x(t)[2f_n - x(t)] / (3l_n);$$

$$\Delta S_c = 8x(t)[2f_c + x(t)] / (3l_c).$$

где  $C_n = \eta \Delta t \omega_n / (d_n l_n^2 m_n)$  и  $C_c = \eta \Delta t \omega_c / (d_c l_c^2 m_c)$ ;  $B_{1n}$  и  $B_{1c}$  приняты по (11).

$$\begin{aligned} & (B_{1n} - B_{1c})[x(t)]^3 / 8 - (B_{1n} f_n - B_{1c} f_c) 3x^2 / 8 + [B_{1n} f_n^2 / 4 + B_{1c} f_c^2 / 4 + \\ & + C_n + C_c + H_n / (d_n l_n^2) + H_c / (d_c l_c^2)] x - (C_n f_n - C_c f_c) = 0, \end{aligned} \quad (25)$$

Приравнявая друг к другу правые части этих выражений, вычислим приращение распоров:

$$\left. \begin{aligned} \Delta H_n &= -8\omega_n [2f_n - x(t)] x(t) / (3S_n^2) + \eta \Delta t \omega_n / m_n; \\ \Delta H_c &= 8\omega_c [2f_c - x(t)] x(t) / (3S_c^2) + \eta \Delta t \omega_c / m_c. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Подставив в формулу (23) значения  $\Delta H_n$  и  $\Delta H_c$  из (24) получим кубическое уравнение относительно приращения провеса

При возрастании температуры в системе выражение (25) приобретает вид

$$\begin{aligned} & (B_{1n} - B_{1c})[x(t)]^3 / 8 - (B_{1n} f_n - B_{1c} f_c) 3[x(t)]^2 / 8 + [B_{1n} f_n^2 / 4 + B_{1c} f_c^2 / 4 - \\ & - C_n + C_c + H_n / (d_n l_n^2) + H_c / (d_c l_c^2)] x(t) - (C_n f_n - C_c f_c). \end{aligned} \quad (26)$$

Приведенная расчетная методика позволяет запроектировать большепролетные висячие

уникальные сооружения на климатические и температурные воздействия.

## References:

1. Baldin, V.A. (1977). Ob uchetе plasticheskij deformacij pri neravnomernom raspredelenii

naprjazhenij po secheniu. [Tekst]. *Stroitel'naja mehanika raschet sooruzhenij*, №1, pp.29-31.

**Impact Factor:**

**ISRA (India) = 6.317**  
**ISI (Dubai, UAE) = 1.582**  
**GIF (Australia) = 0.564**  
**JIF = 1.500**

**SIS (USA) = 0.912**  
**PIHII (Russia) = 3.939**  
**ESJI (KZ) = 8.771**  
**SJIF (Morocco) = 7.184**

**ICV (Poland) = 6.630**  
**PIF (India) = 1.940**  
**IBI (India) = 4.260**  
**OAJI (USA) = 0.350**

---

2. Kachurin, V.K. (1962). *Teorija visjachih sistem*. [Tekst]. (p.224). Moscow: Gosstrojizdat.
3. Gorenshajn, B.V. (1979). *Zhelezobetonnye prostranstvennye pokrytija* [Tekst]. (p.160). - L.: Stroizdat.
4. Iovich, V.A., & Pokrovskij, L.N. (1989). *Dinamicheskij raschet visjachih pokrytij*. [Tekst]. (p.312). Moscow: Strojizdat.
5. Razzakov, S. R., (2004). *Sostavnye zhelezobetonnye obolochki pokrytija zdaniy v uslovijah dlitelnoj jekspluatatsii i sejsmicheskikh vozdeystvij*. [Tekst]. (p.380). -Tashkent: Fan.
6. Vol'mir, A.S. (1972). *Nelinejnaja dinamika plastinok i obolochek*. [Tekst]. (p.2). Moscow: Nauka.
7. Khudoynazarov, Kh., & Yaxshiboyev, Sh.R. (2020). *The Mathematical Model of Transverse Vibrations of the Three-Layer Plate*. IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. 614 012062. DOI: 10.1088/1755-1315/614/1/012062.
8. Yaxshiboyev, Sh. R. (2020). Chetlari sharnirli mahkamlangan elastik plastinkaning antisimmetrik tebranishlari. *Me'morchilik va qurilish muammolari*. 2020. №1.2-qism, pp.106-109.
9. Jahshiboev, Sh.R. (n.d.). Antisimmetrichnye kolebanija trehslojnoj, poperechnyj sharnirno-opertaja plastiny. *Eurasian journal of academic research*, pp.20-28. Retrieved from <https://in-academy.uz/index.php/ejar/article/view/12607>