

|                       |                  |         |                |         |              |         |
|-----------------------|------------------|---------|----------------|---------|--------------|---------|
| <b>Impact Factor:</b> | ISRA (India)     | = 6.317 | SIS (USA)      | = 0.912 | ICV (Poland) | = 6.630 |
|                       | ISI (Dubai, UAE) | = 1.582 | ПИИЦ (Russia)  | = 0.191 | PIF (India)  | = 1.940 |
|                       | GIF (Australia)  | = 0.564 | ESJI (KZ)      | = 8.100 | IBI (India)  | = 4.260 |
|                       | JIF              | = 1.500 | SJIF (Morocco) | = 7.184 | OAJI (USA)   | = 0.350 |
|                       |                  |         |                |         |              |         |

SOI: [1.1/TAS](https://doi.org/10.15863/TAS) DOI: [10.15863/TAS](https://doi.org/10.15863/TAS)

## International Scientific Journal Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2024 Issue: 09 Volume: 137

Published: 10.09.2024 <http://T-Science.org>

Issue

Article



**Nurillo Raximovich Kulmurotov**

Navoi State Mining and Technological University  
docent, Uzbekistan  
[nurillo.Kulmurotov.64@mail.ru](mailto:nurillo.Kulmurotov.64@mail.ru)

**Nuriddin Qurbonovich Esanov**

Alfraganus University  
docent, Uzbekistan

**Jonibek Muxammadievich Saipnazarov**

Tashkent University of Information Technologies Karshi branch  
Senior Lecturer to Department of Technology Engineering,  
Karshi, Uzbekistan

## ON PROPAGATION OF NATURAL WAVES IN VISCOELASTIC MEDIA

**Abstract:** The paper reviews the works devoted to the propagation of eigenwaves on a half-space, on the contact of two bodies, various plate and cylindrical bodies in non-classical forms. If a layer of another material is applied to the surface of a homogeneous elastic semi-infinite elastic body, then the phase velocity of the surface wave in the region of long waves comparable to the thickness of this layer, i.e. the phase velocity will depend on the frequency. This fact, which has the honor of layered structures, allows you to create waveguide elements in which the wave propagates, as well as delay lines, where the delay time depends on the frequency. It is established that surface waves can, propagate on any of the known isotropic or anisotropic bodies in an arbitrary direction.

**Key words:** Eigen wave, half-spaces, layer, frequency, phase velocity, fluid, rheological models, equations of motion.

**Language:** Russian

**Citation:** Kulmurotov, N.R., Esanov, N.Q., & Saipnazarov, J.M. (2024). On propagation of natural waves in viscoelastic media. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 09 (137), 16-21.

**Soi:** <http://s-o-i.org/1.1/TAS-09-137-4> **Doi:**  <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2024.09.137.4>

**Scopus ASCC:** 2200.

### О РАСПРОСТРАНЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ВОЛН В ВЯЗКОУПРУГИХ СРЕДАХ

**Аннотация:** В работе рассматривается обзор работ, посвященных распространение собственных волн на полупространстве, на контакте двух тел, различных пластинчатых и цилиндрических тел в неклассические формы. Если на поверхность однородного упругого полу бесконечного упругого тела нанесен слой другого материала, то фазовая скорость поверхностной волны в области длинных волн, сравнимых с толщиной этого слоя, т.е. фазовой скоростью будет зависит от частоты. Этот факт, имеющий честь слоистых структурах, позволяет создать волноводные элементы, в которой распространяется волна, а также линии задержки, где время задержки зависит от частоты. Установлено, что поверхностные волны может, распространяется на любом из известных изотропных или анизотропных тел в произвольном направлении.

**Ключевые слова:** собственная волна, полупространства, слой, частота, фазовой скоростью, жидкость, реологических моделей, уравнений движения.

### Введение

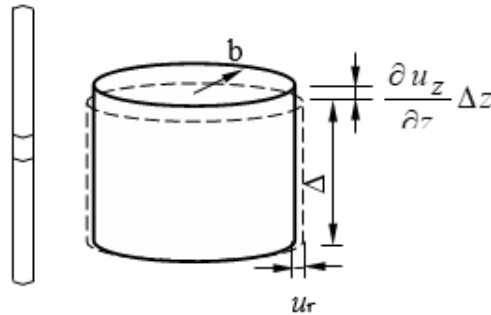
Еще одно тип поверхностные волны называется трубные волны (рис.1). Волны, распространяющиеся

по оси заполненной жидкостью скважины (трубные волны), представляют значительный интерес при измерениях скоростей в буровых скважинах, а также

|                       |                         |                |                       |                |                     |                |
|-----------------------|-------------------------|----------------|-----------------------|----------------|---------------------|----------------|
| <b>Impact Factor:</b> | <b>ISRA (India)</b>     | <b>= 6.317</b> | <b>SIS (USA)</b>      | <b>= 0.912</b> | <b>ICV (Poland)</b> | <b>= 6.630</b> |
|                       | <b>ISI (Dubai, UAE)</b> | <b>= 1.582</b> | <b>РИИЦ (Russia)</b>  | <b>= 0.191</b> | <b>PIF (India)</b>  | <b>= 1.940</b> |
|                       | <b>GIF (Australia)</b>  | <b>= 0.564</b> | <b>ESJI (KZ)</b>      | <b>= 8.100</b> | <b>IBI (India)</b>  | <b>= 4.260</b> |
|                       | <b>JIF</b>              | <b>= 1.500</b> | <b>SJIF (Morocco)</b> | <b>= 7.184</b> | <b>OAJI (USA)</b>   | <b>= 0.350</b> |

в связи с их потенциальной способностью доставлять информацию об упругих свойствах окружающих пород [1,2]. Эти трубные волны могут генерироваться взрывным источником в столбе бурового раствора или в соседней скважине. Они генерируются и тогда, когда продольная волна в

окружающей твердой среде встретит резкую границу раздела. Трубные волны регистрировались приемниками давления и сейсмоприемниками, подвешенными в скважине заполненной жидкостью, но использование прижимных устройств позволяет ослабить эти волны.



**Рис. 1** Изменение элементарного объема жидкости в скважине ( $u_r$  и  $u_z$  - соответственно радиальной и осевой смещений)

Задачи о динамическом взаимодействии оболочек и пластин со сплошными средами (воздух, вода, грунт) рассмотрены в [3,4]. Несмотря на многочисленные исследования по указанным проблемам, ряд вопросов изучен недостаточно. В частности, весьма важные для практики – расчеты конструкций на действие различного рода подвижных нагрузок. Простейшими примерами систем с подвижными нагрузками являются: железнодорожные рельсы под действием движущихся составов, асфальтированные, бетонированные и другие поверхности под действием движущихся транспортных средств, в частности самолётов, трубопроводы под действием очистных устройств и движущейся жидкости, пластины и оболочки под действием перемещающейся жидкости, газа т.п. [5,6]. Все возрастающая необходимость снижения вибраций легких элементов конструкций, вызываемых нагрузками с широкополосным частотным спектром (например, вибраций корпусов самолетов и ракет под действием акустического излучения реактивных двигателей), привлекла внимание к неупругим покрытиям как возможному решению этой проблемы. Такие покрытия ослабляют колебания, не изменяя прочности и веса конструкции, переводя акустическую энергию в тепловую. Такие покрытия наносят на нагруженные поверхности деталей самолетов и автомобилей, хотя и это метод не представляет пример наиболее эффективного использования демпфирующих свойств этих материалов. Ясно, что для правильного использования таких систем необходимо знать их динамические характеристики. В работах [7,8], посвященных изучению изгибных движений упругих трехслойных балок и пластин, уравнения частот для

таких систем были получены исходя из теории упругости. Решение одной задачи выразилось трансцендентному уравнению, содержащему параболические функции. Решение соответствующего трансцендентного уравнения для пластинки (которое также содержит гиперболические функции) было получено лишь для двух нижних ветвей [2]. Расчет нижней ветви выполнен с использованием разложения трансцендентных функций в степенные ряды, что ограничивает область применимости результатов: значения безразмерных волновых чисел не должны быть больше единицы, и, кроме того, ограничиваются значения отношений толщин и модулей сдвига центрального слоя и покрытия. Если среда не изотропна, то чем больше анизотропия, тем сложнее становятся уравнения движения среды. Результаты измерений анизотропии обычно выражает в виде отношения скоростей – параллельной и перпендикулярной напластованию.

В работе [9] рассмотрено распространение поверхностных волн Рэлея в слое, лежащем на полупространстве (слой и полупространство имеют различную вязкость). Получено общее дисперсионное уравнение, а в случае слабого поглощения выведена формула для коэффициента затухания рэлеевских волн как функции коэффициентов затухания и скоростей продольных и поперечных в обеих средах. Затухание поверхностных волн в слое на полупространстве исследовано в работе [10]. Исследовано распространение поверхностных волн Лява и Рэлея в слое на полупространстве. Рассмотрен общий случай слабого поглощения для любых реологических моделей сред. Получены формулы коэффициента поглощения волн Лява и Рэлея, и в

|                       |                         |                |                       |                |                     |                |
|-----------------------|-------------------------|----------------|-----------------------|----------------|---------------------|----------------|
| <b>Impact Factor:</b> | <b>ISRA (India)</b>     | <b>= 6.317</b> | <b>SIS (USA)</b>      | <b>= 0.912</b> | <b>ICV (Poland)</b> | <b>= 6.630</b> |
|                       | <b>ISI (Dubai, UAE)</b> | <b>= 1.582</b> | <b>РИИЦ (Russia)</b>  | <b>= 0.191</b> | <b>PIF (India)</b>  | <b>= 1.940</b> |
|                       | <b>GIF (Australia)</b>  | <b>= 0.564</b> | <b>ESJI (KZ)</b>      | <b>= 8.100</b> | <b>IBI (India)</b>  | <b>= 4.260</b> |
|                       | <b>JIF</b>              | <b>= 1.500</b> | <b>SJIF (Morocco)</b> | <b>= 7.184</b> | <b>OAJI (USA)</b>   | <b>= 0.350</b> |

качестве примеров приведены их значения для всех обычно встречающихся реологических моделей. В работе [11] проведено экспериментальное изучение поверхностных волн, возбуждаемых ударами и слабыми взрывами и распространяющихся в рыхлых отложениях, лежащих на твердых породах. Показано, что при регистрации колебаний в среднечастотном диапазоне (20-50Гц) на записях выделяется ряд диспергирующих поверхностных волн Лява и Рэлея. Эти волны принадлежат к основным тонам и обертонам, и характер их дисперсии определяется различными разделами. Проведена количественная интерпретация данных о дисперсии фазовых и грунтовых скоростей отдельных волн. Волны Рэлея в зернистых средах исследовано в [12]. Рассматривается распространение волн Рэлея в твердых зернистых средах, заполняющих полупространство и слой. Элементы этих сред (зерно) совершают не только поступательное движение, но могут вращаться вокруг своих центров тяжести. Предположения о неразрывности и об упругих деформациях зерен позволяют записать 6 уравнений движения, описывающих векторы смещения и вращения в среде. На основании решения уравнения движения и учета граничных условий записывается уравнение для определения скоростей волн Рэлея. Полученное уравнение содержит определитель девятого порядка и в статье не решается. В работе [13] вычислены теоретические дисперсионные кривые рэлеевских волн для однослойной среды. Фазовые и групповые скорости вычислены для основной и первой гармоник. Расчеты позволяют исследовать влияние изменения упругих констант на дисперсионные кривые. Дисперсионное уравнение волн Рэлея в слоистом твердо – жидком полупространстве приведено в [7]. Матричный метод Хаскелла распространяется на слоистую среду с чередованием жидких и твердых слоев. Выводятся формулы для вычисления скорости рэлеевских волн и вертикального распределения поляризации колебаний. В работе [14] рассматривается распространение волн Рэлея в двухслойной среде. Плоско - параллельный упругий или жидкий однородный слой лежит на однородном упругом полупространстве. На поверхности слоя по круговой площадке распределена внешняя нагрузка. Величина нагрузки изменяется во времени с заданной частотой. Смещения в среде представляются в виде интегралов Фурье-Бесселя, которые оцениваются методом стационарной фазы. В работе [15] исследовано распространение гармонических волн Рэлея в упругом однородном полупространстве с вертикальным уступом на свободной поверхности. Предполагается, что высота уступа  $h$  либо мала, либо велика по сравнению с длиной  $\lambda$  падающей на него рэлеевской волны. Приближенные выражения

для коэффициентов отражения и преломления получены с помощью функций Грина. Приведены численные примеры, показывающие, что при  $h < \lambda / 2$  фаза проходящей волны не претерпевает заметного возмущения; амплитуда значительно убывает с уменьшением  $\lambda$ . При  $h > \lambda$  сильно возмущаются и фазы и амплитуды. Важным частным случаем динамической задачи является задача о гармонических колебаниях, в которой внешние нагрузки являются тригонометрическими функциями времени, изменяющимся с круговой частотой  $\omega$ , а механический процесс рассматривается в бесконечном интервале времени ( $-\infty < t < \infty$ ) [15]. Начальные условия в гармонических задачах не ставятся. Механические перемещения, напряжения и деформации представляются функциями координат и времени. Изучения общих закономерностей распространения волн в различных средах составляет предмет теории колебаний, получившей в настоящее время большое развитие [16,17]. Конструкции в виде пластин и оболочек, взаимодействующие с упругой (жидкой) средой, нашли широкое применение в технике и строительстве. В частности, к такой расчетной схеме приводятся задачи, возникающие при проектировании подземных и подводных емкостей и трубопроводов, обделок тоннелей метро и капитальных горных выработок, аэродромных покрытий; элементов твердотопливных двигателей и т.п. При построении уточненных теорий трехслойных оболочек движения заполнителя должно описываться трехмерными уравнениями теории упругости, тогда несущие слои представляют собой оболочки на упругом основании. Состоянию вопроса о динамическом взаимодействии оболочек и пластин со сплошными средами (воздух, вода, грунт) в последние десятилетия посвящены обзоры работы, из которых [18,19] следуют, что, несмотря на многочисленные исследования по указанным проблемам ряд вопросов изучен недостаточно. В частности, весьма важным для практики являются расчеты конструкций на действие различного рода подвижных нагрузок. В работе [20] рассмотрена задача о распространении свободных волн в трехслойных пластинках в уточненной постановке, когда движение заполнителя описывается уравнениями Ляме с инерционными членами, а для обшивок используется гипотеза Кирхгофа-Лява. Получены дисперсионные уравнения и определены фазовые скорости для симметричных и антисимметричных волн. Перейден к изучению закономерностей распространения волн в таких упругих телах, для которых существенную роль в формировании поля играет не только взаимодействие границ. В качестве объектов, которые в связи с этим рассмотрены, используются бесконечный упругий пластинок или полосу

## Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317  
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582  
 GIF (Australia) = 0.564  
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912  
 ПИНЦ (Russia) = 0.191  
 ESJI (KZ) = 8.100  
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630  
 PIF (India) = 1.940  
 IBI (India) = 4.260  
 OAJI (USA) = 0.350

переменной толщины. Для протяженных пластинок, кривой цилиндр и слоя постоянного сечения довольно просто получить наборы частных решений движения, комбинируя которые можно строго выполнить граничные условия на цилиндрических и плоских поверхностях соответственно. Распространение волн в пластинке слоя и цилиндре было предметом многочисленных теоретических и экспериментальных исследований, ведущихся уже более столетия. Возможность выразить характеристики волнового поля в цилиндре через хорошо исследованные специальные функции впервые отмечались в работах Похгаммера и Кри, которые имеют вид:

$$4\mu k^2 h' k' J_1(h'a) \left[ J_0(k'a) - \frac{J_1(k'a)}{k'a} \right] = \left( 2k^2 - \frac{\omega^2 \rho}{\mu} \right) J_1(k'a) \times \\ \times \left\{ 2\mu h'^2 \left[ J_0(h'a) - \frac{J_1(h'a)}{h'a} \right] - \frac{\omega^2 \rho \lambda}{\lambda + 2\mu} J_0(h'a) \right\}, \quad (1)$$

где

$$h'^2 = k_L^2 - k^2, \quad k_L^2 = \frac{\omega^2}{c_L^2}, \quad k'^2 = k_S^2 - k^2, \quad k_S^2 = \frac{\omega^2}{c_S^2}$$

Она дает нам зависимость фазовой скорости от частоты  $\omega$  и следующих параметров: радиуса  $a$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ , коэффициента Пуассона  $\nu$  и  $\rho$ . Записав это уравнение в безразмерной форме, можно уменьшить число переменных до следующих трех:  $c/c_0$ ,  $a/\lambda$ ,  $\nu$ , где  $\lambda = 2\pi/k$  – длина продольной волны,  $c = \omega/k$ . Пусть  $c$  – фазовая скорость бесконечной серии синусоидальных волн с длиной волны  $\lambda$ ,  $c_0 = \sqrt{E/\rho}$  – скорость бесконечно длинных волн расширения в цилиндре,  $a$  – радиус цилиндра и  $\nu$  – значения коэффициента Пуассона для материала. Если предположить, что смещения, напряжения и деформации изменяются во времени гармонически, то уравнения Похгаммера-Кри будут распадаться на три независимые системы, которые относятся соответственно к волнам расширения, изгиба и кручения. Каждая система уравнений может быть сведена к единственному уравнению (уравнению частот), содержащему функции Бесселя, корни которого дают зависимость между тремя безразмерными параметрами  $c/c_0$ ,  $a/\lambda$  и  $\nu$ . Если принять  $\nu$  равным постоянной величине, то уравнения частот можно решить численными методами, получив дисперсионную кривую, которая для каждого типа волн даст зависимость  $c/c_0$  от  $a/\lambda$ . В случаях волн расширения и кручения уравнения

частот имеют кратные корни и дисперсионные кривые состоят из ряда ветвей, соответствующих основным и более высоким формам колебаний. Однако для изгибных волн при фиксированном значении  $\nu$  параметр  $c/c_0$  является однозначной функцией от  $a/\lambda$ , и дисперсионная кривая состоит только из одной ветви. Для волн расширения (или продольных) вычисления, приводящие к дисперсионной кривой, были выполнены рядом авторов (рис.2); исчерпывающая система значений для равной бесконечности, как показал Банкрофт,  $c$  асимптотически приближается к скорости  $c_R$  поверхностных волн Рэлея. Кривая 1,2 и 3 относятся к различным формам колебаний цилиндра, которые отличаются друг от друга распределением смещений, деформаций и напряжений по поперечному сечению. Если за узловые поверхности принять поверхности, на которых продольные смещения и деформации равны нулю, то в данном случае узловыми поверхностями будут цилиндры. Для упругого слоя (двухмерная задача) аналогичные результаты получены Рэлеем. Для упругого слоя (двухмерная задача) аналогичные результаты получены Рэлеем. Первые численные результаты, относящиеся к некоторым характеристикам нормальных волн в слое, содержатся в работе Лэмба. Последующие публикации в этой области относятся уже к 40-м годам двадцатого века. Обзор работ этого периода содержится в работах [21,22]. В результате многочисленных исследований, проведенных в 50-60-е годы, проблема изучения свойств волновых полей в изотропный слой и цилиндре практически полностью решена. Отсутствие в течение длительного времени интереса к исследованию процесса распространения волн в слое и цилиндре в рамках трехмерной теории упругости в определенной мере было связано с тем, что эффекты, для описания которых было бы недостаточно приближенных теорий пластин и стержней. В практически используемых элементах конструкций с появления материалов с малым затуханием ультразвуковых волн и разработка способов эффективного возбуждения волнового поля создали условия для чрезвычайно широкого применения явления волноводного распространения не только в линиях задержки, но и ряде новых радиотехнических устройств.

## Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317  
ISI (Dubai, UAE) = 1.582  
GIF (Australia) = 0.564  
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912  
РИИЦ (Russia) = 0.191  
ESJI (KZ) = 8.100  
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630  
PIF (India) = 1.940  
IBI (India) = 4.260  
OAJI (USA) = 0.350

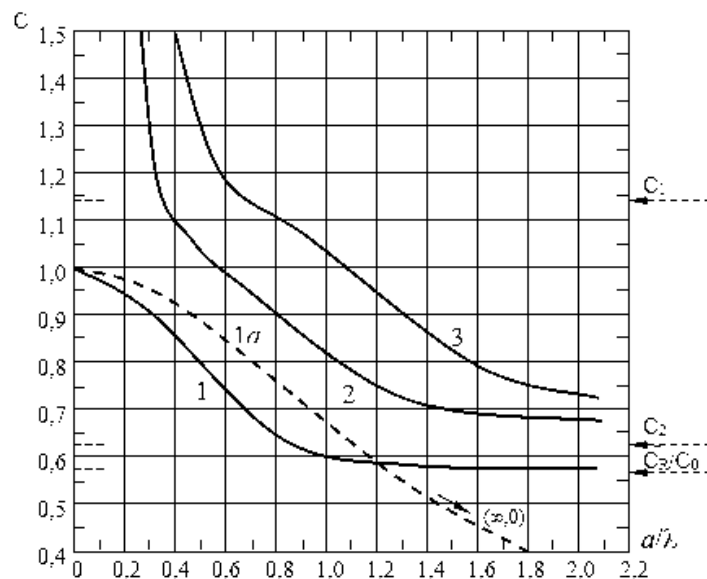


Рис.2. Фазовая скорость  $c$  для волн расширения с длиной волны  $\lambda$  в цилиндрическом стержне радиуса  $a$ ;

В связи с этим формулировалась и бурно развивается новая отрасль науки и техники, получившая названия акустоэлектроника. Конечно, возникающие в этой области вопросы не могут быть полностью решены на основе исследования свойств нормальных волн в изотропных цилиндрах и пластинках. Однако знание этих свойств является

основой для анализа и систематизации данных, относящихся к практически используемым системам [23]. Изучение свойств волноводных мод важно также в связи с разработкой методики использования акустической эмиссии для оценки уровня напряженности элементов конструкций.

## References:

1. Anofrikova, N.S., & Sergeeva, N.V. (2014). Issledovanie garmonicheskikh voln v nasledstvenno-uprugom sloe. Izv.Sarat.un.-dispersionnykh uravnenij v sluchae nasledstvenno- uprugogo sloja. Vestnik Nizhegorodskogo ta. Ser. Matematika. Mehanika.Informatika, 2014. T.14. vyp.3, pp.321-328.
2. Bozorov, M.B., Safarov, I.I., & Shokin, Jy.I. (1966). Chislennoe modelirovanie kolebanij dissipativno odnorodnykh i neodnorodnykh mekhanicheskikh sistem. (p.188). SO RAN, Novosibirsk.
3. Boltaev, Z.I. (2013). Rasprostranenie linejnykh garmonicheskikh voln v protjazhennykh ploskikh i cilindricheskikh telakh s uchetom vjazkouprugih svoystv materiala. (p.136). Tashkent. Fan.
4. Grigorenko, A.Ja., Efimova, T.L., & Sokolova, L.V. (2008). Svobodnye kolebanija krugovykh cilindricheskikh obolochek peremennoj tolshhiny v utocnennoj postanovke. Teoret. i prikl. mehanika, 2008, Vyp. 43, pp. 111-117.
5. Grinchenko, V.T., & Meleshko, V.V. (1981). Garmonicheskie kolebanija i volny v urugih telah. (p.284). Kiev: Naukova Dumka.
6. Ishmatov, M.R., Kulmurov, N.R., Avezov, A.X., Ruziyev, T.R., & Boltayev, Z.I. (1921). Propagation of Natural Waves on a Multilayer Viscoelastic Cylindrical Body Containing the Surface of a Weakened Mechanical Contact. Journal of Physics: Conference Series (2021) 012127IOP Publishing pp. 1-14. doi:10.1088/1742-6596/1921/1/012127 Scopus.
7. Ishmatov, M., Kulmurov, N., Ahmedov, N., Halilov, Sh., & Ablakulov, Sh. (2021). Natural Vibrations of the Reinforced Tapered Shell with Taking into Account the Viscoelastic Properties of the Material. E3S Web of Conferences 264,

|                       |                         |                |                       |                |                     |                |
|-----------------------|-------------------------|----------------|-----------------------|----------------|---------------------|----------------|
| <b>Impact Factor:</b> | <b>ISRA (India)</b>     | <b>= 6.317</b> | <b>SIS (USA)</b>      | <b>= 0.912</b> | <b>ICV (Poland)</b> | <b>= 6.630</b> |
|                       | <b>ISI (Dubai, UAE)</b> | <b>= 1.582</b> | <b>ПИИИ (Russia)</b>  | <b>= 0.191</b> | <b>PIF (India)</b>  | <b>= 1.940</b> |
|                       | <b>GIF (Australia)</b>  | <b>= 0.564</b> | <b>ESJI (KZ)</b>      | <b>= 8.100</b> | <b>IBI (India)</b>  | <b>= 4.260</b> |
|                       | <b>JIF</b>              | <b>= 1.500</b> | <b>SJIF (Morocco)</b> | <b>= 7.184</b> | <b>OAJI (USA)</b>   | <b>= 0.350</b> |

- 01011 (2021) Publishing pp. 1-12. CONMECHYDRO - 2021.
8. Ishmamatov, M.R., Kulmurotov, N.R., Safarov, U.I., Khalilov, Sh.F., & Akhmedov, N.B. (2022). *Vibrations of Burned Pipes Insulated with Soft Soil under Exposure to Seismic Loads*. AIP Conference Proceedings 16.06.2022y. 030123/1-030123/6 p. (№2- Journal Impact Factor; IF=0,402) p 1-6. Scopus. Retrieved from <https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/5.0091544>
  9. Ishmamatov, M., Kulmurotov, N.R., Kuldashov, N., Choriev, M., & Axmedov, N. (2023). Fluctuations of the ground surface at blasting operations on tunnel structures. *E3S Web of Conferences* 417, 06003(2023) GEOTECH-2023 Publish. pp.1-12. Scopus. Retrieved from <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202341706003>
  10. Safarov, I., Teshaev, M., Ruziev, T., Ishmamatov, M., & Kulmurotov, N. (2023). Proper normal waves in a two-layer tube taking into account the rheological properties of materials. *E3S Web of Conferences* 417, 06004 (2023) GEOTECH-2023 Publishing pp.1-6. Scopus. Retrieved from <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202341706004>
  11. Safarov, I.I. (1992). *Kolebanija i volny v dissipativno-neodnorodnyh sredah i konstrukcijah*. (p.250). Tashkent: Fal.
  12. Safarov, I.I., Teshaev, M.H., & Boltaev, Z.I. (2012). *Volnovye processy v mehanicheskom volnovode*. (p.217). LAP LAMBERT Academic publishing (Germanija).
  13. Safarov, I.I., Boltaev, Z.I., & Axmedov, M.Sh. (2015). Natural Oscillations of Cylindrical Bodies with External Friction on the Boundary. *Applied Mathematics*, 2015, 6, 629-645.
  14. Safarov, I.I., Boltaev, Z.I., & Axmedov, M.Sh. (2014). *Waveguide Propagation in Extended Plates of Variable Thickness*. Open Access Library Journal Copyright © 2014 by authors and OALib. This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY), pp.2-9.
  15. Safarov, I.I., Boltaev, Z.I., & Axmedov, M.Sh. (2015). Dissemination Sinusoidal Waves in of A Viscoelastic Strip. *Global Journal of Science Frontier Research: F Mathematics & Decision Sciences* 2015. Volume 15 Issue 1 (Ver.1.0), pp.39-60.
  16. Safarov, I.I., Boltaev, Z.I., & Axmedov, M.Sh. (2016). Ducting in Extended Plates of Variable Thickness. *Global Journal of Science Frontier Research: F Mathematics & Decision Sciences* 2016. Volume 16 Issue 2 (Ver.1.0), pp.33-66.
  17. Safarov, I.I., Teshaev, M.Kh., Boltaev, Z.I., & Axmedov, M.Sh. (2015). Spread of Natural Waves in Cylindrical Panel. *Impact Factor 3.582 Case Studies Journal ISSN (2305-509X) - Volume 4, Issue 3 - March-2015*, pp.34-39.
  18. Safarov, I.I., Boltaev, Z.I., & Axmedov, M.Sh. (2014). Impact of longitudinal and transverse waves by cylindrical layers were liquid. *Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology (JMEST)* ISSN: 3159-0040 Vol. 1 Issue 4, November – 2014, pp. 273-281.
  19. Safarov, I.I., Teshaev, M.Kh., & Boltaev, Z.I. (2014). Wave propagation in visco elastic wedge with an arbitrary angle peaks. *International Journal of Research in Engineering and Science (IJRES)*. Volume 2 Issue 11 November. 2014, pp.32-37.
  20. Safarov, I.I., Teshaev, M.H., & Boltaev, Z.I. (2012). *Volnovye processy v mehanicheskom volnovode*. (p.217). LAP LAMBERT Academic publishing (Germanija).
  21. Uajt (1970). *Poverhnostnye uprugie volny, To. Inta inzhenerov po jelectrotehnike i radiojelectronike*. 1970, 58, №8, pp.68-110.
  22. Ufljand, Ja.S. (1948). Rasprostranenie voln pri poperechnyh kolebanijah sterzhnej i plastin. *PMM*, 1948, t.12, vypi. 3, pp. 287-300.
  23. Shemjakin, E.I. (1968). *Dinamicheskie zadachi teorii uprugosti i plastichnosti*. (p.337). Novosibirsk: Izd-vo NGU.