

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)

International Scientific Journal
Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2025 Issue: 01 Volume: 141

Published: 03.01.2025 <http://T-Science.org>

Issue

Article



Isroil Mirzaevich Karimov
 Institute of Chemistry and Technology
 docent, Tashkent, Uzbekistan
safarov54@mail.ru

Nurillo Raximovich Kulmurov
 Navoi State Mining and Technological University
 docent, Uzbekistan
nurillo.Kulmurov.64@mail.ru

Zilola Qakhramonovna Khamroyeva
 Renaissance University of Education
 teacher of the department of mathematics and natural sciences
 Tashkent, Uzbekistan
Zilolaqaxramonova24@gmail.com

DAMPING OF VIBRATIONS IN VISCOELASTIC MECHANICAL SYSTEMS

Abstract: This study addresses the problem of reducing vibration levels in mechanical systems with a finite number of degrees of freedom. Dynamic vibration damping is achieved by attaching a system to the protected object, the reactions of which reduce the vibration amplitude of the object at the points of attachment. The aim of the work is to develop algorithms and a software suite for analyzing the dynamic characteristics of mechanical systems with a finite number of degrees of freedom.

Key words: vibration, protected object, algorithm, modeling, frequency ranges, mass, rigidity.

Language: Russian

Citation: Karimov, I.M., Kulmurov, N.R., & Khamroyeva, Z.Q. (2025). Damping of vibrations in viscoelastic mechanical systems. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 01 (141), 15-19.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-01-141-3> **Doi:** <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2025.01.141.3>

Scopus ASCC: 2200.

ДЕМПФИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ВЯЗКОУПРУГИХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Аннотация: Рассматривается задача о снижении уровня вибраций на механических системах с конечным числом степеней свободы. Динамическое гашение вибрации заключается в присоединении к защищаемому объекту системы, реакции которой уменьшают размах вибрации объекта в точках присоединения этой системы. Целью работы является разработка алгоритмов и комплекса программ для исследования динамических характеристик механических систем с конечным числом степеней свободы.

Ключевые слова: вибрация, защищаемый объект, алгоритм, моделирование, диапазонов частот, масса, жесткость.

Введение

Создание научных основ проектирования и технологий изготовления конструкций, изделий радио электронной аппаратуры (РЭА) приборостроения и элементов энергетических

машин, а также разработка методов математического моделирования и построение на их основе адекватных прикладных моделей, описывающих поведение и состояние конструкций и их элементов в процессе

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
ISI (Dubai, UAE) = 1.582
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 0.191
ESJI (KZ) = 8.100
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

производства, является одной из важнейших и актуальных задач.

Методы защиты объектов выбираются в зависимости от внешних нагрузок или ее частоты. Применением методов активных и пассивных виброизоляций аппаратов РЭА и оборудований машин от внешних вибрационных нагрузок в широких диапазонах частот колебаний, трудно получить желаемого эффекта или результата. Поэтому эффективность применяемого метода виброизоляции требует анализа спектра частот вибрационных нагрузок [1,2]. Метод отстройки частоты применяется для пассивной виброизоляции объектов РЭА с помощью уменьшения или увеличения массы или жесткостных характеристик механической системы. В результате, после применения метода собственные частоты рассматриваемой механической системы смещаются по оси частоты влево или вправо [3, 4]. При этом отношение частот собственных и вибрационных нагрузок примерно равно 1,3 (или отличаются в несколько раз). По методу отстройки частоты вводилось понятие «частотная регулировка», с помощью которой управляются резонансные колебания. В последнее время для увеличения частоты часто применяются ребра жесткости и шпангоуты или другие подкрепляющие (жесткие или полимерные) элементы [5,6]. С помощью этих мероприятий увеличивается жесткость рассматриваемого объекта. Эти методы пассивной виброизоляция эффективно применяются при частотах 300-400 Гц, и приблизительно можно применять до 500 Гц [7, 8]. При применении этого метода необоснованно увеличивается масса. Все это усложняет применение метода.

В некоторых случаях увеличение массы не разрешается, например, в летательных аппаратах. Поэтому частотную регулировку не эффективно применять для снижения вибрации оборудования, работающего под действием внешних вибрационных нагрузок (в движущихся объектах) в широком диапазоне частот (выше 500 Гц). При вибрации ставятся жесткие требования к массе и к габаритам защищаемого объекта. В конструктивных элементах летательных аппаратов преобразования одного вида энергии в другую, изменение закономерностей движения, осуществление с помощью процессов работы конструкции неизбежно связаны с появлением переменных сил, связанных с вибрацией [9,10]. Они негативно влияют на прочностные характеристики и надежность объекта [10].

Во время эксплуатации электрических машин часто наблюдаются вибрации при их работе [11,12]. Причинами возникновения колебаний могут быть возмущающие силы механического, электрического и аэродинамического происхождения. Балансировкой

ротора, улучшением подвески и конструкции электрической машины не всегда удается снизить уровень колебаний до допустимых норм, и поэтому приходится изыскивать дополнительные средства для гашения нежелательных вибраций [13,14]. В различных областях для конструктивных элементов машин, работающих под действием вибрационных нагрузок, существуют требования и нормы, регламентирующие ее с целью снижения колебаний. В основном нормы по виброзащите определяются с учетом всех важнейших условий, которые выражают условия надежности работающего объекта. Они не могут удовлетворять всем поставленным нормам в равной степени, поэтому найдутся компромиссные решения [15]. Динамическое подавление вибраций заключается в присоединении к защищаемому объекту системы элемента, реакции которой снижают амплитуды колебаний объекта в точках подключения масс этой системе.

2. Методы

2.1. Постановка задачи и методы решения

Рассмотрим установившиеся колебания одномерной механической системы. Тогда уравнения движения системы с демпфированием имеет вид

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + B \frac{\partial u}{\partial t} + Cu = f \quad (1)$$

На систему действует гармоническая внешняя нагрузка

$$f = f_0(\bar{r}) \cos \omega t \quad (2)$$

Если используются гармонические колебания, то решение (1) можно искать в виде

$$u = u_0(\bar{r}) \cos(\omega t + \varphi) = u'(\bar{r}) \cos \omega t + u''(\bar{r}) \sin \omega t, \quad (3)$$

где φ - сдвиг по фазе, запаздывание. Подставляя решение (3) в уравнения движения (1) и приведя общие слагаемые при тригонометрических функциях, получим два операторных уравнения:

$$\begin{cases} [C - \omega^2 A] u' - \omega B u'' = f_0 \\ -\omega B u' + [C - \omega^2 A] u'' = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Решая которые относительно u' и u'' , определяем установившиеся колебания механической системы с демпфированием. Если применить к системе процедуру МКЭ, то получим систему линейных соотношений относительно обобщенных узловых перемещений следующего вида:

$$\begin{bmatrix} [C] - \omega^2 [A] & -\omega [B] \\ -\omega [B] & [C] - \omega^2 [A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u'_i \\ u''_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{0i} \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (5)$$

где $[B]$ - глобальная матрица диссипативных коэффициентов. При вычислении амплитуды узловых перемещений достаточно рассчитать норму $(u_i'^2 + u_i''^2)^{\frac{1}{2}}$ для определения запаздывания

Impact Factor:	ISRA (India)	= 6.317	SIS (USA)	= 0.912	ICV (Poland)	= 6.630
	ISI (Dubai, UAE)	= 1.582	РИИЦ (Russia)	= 0.191	PIF (India)	= 1.940
	GIF (Australia)	= 0.564	ESJI (KZ)	= 8.100	IBI (India)	= 4.260
	JIF	= 1.500	SJIF (Morocco)	= 7.184	OAJI (USA)	= 0.350

(сдвига по фазе относительно вынуждающей нагрузки)

$$\varphi_i = \arctg \frac{u_i''}{u_i'} \quad (6)$$

Анализ неустановившихся процессов в диссипативных системах.

Если для уравнения движения

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + B \frac{\partial u}{\partial t} + C u = f \quad (7)$$

Применить процедуру МКЭ, то разрешающая система будет иметь вид:

$$[A]\{\ddot{u}\} + [B]\{\dot{u}\} + [C]\{u\} = \{F\} \quad (8)$$

Интегрирование системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с начальными условиями проводится численно, используя методы Адамса, Рунге-Кутты, Ньюмарка. В связи с тем, что упругий оператор и диссипативным оператором внутреннего трения подобны, то для оценки эффективных диссипативных характеристик композитов используются методы механики композитов.

Начнем с оценок типа Фойхта-Рейсса. «Внешнее» трение связано с силами сопротивления частиц внешней среды. Частицы жидкости или газа колеблются вблизи поверхности конструкции примерно, как и сама конструкция, а усилия, действующие со стороны окружающей среды по конструкции будут пропорциональны силам инерции. Тогда справедливо представление диссипативного оператора в виде:

$$B = 2\varepsilon A, \quad (9)$$

где ε – искомая константа (коэффициент диссипации). «Внутреннее» трение связано с взаимодействием, давлением частиц материала друг о друга, т.е. пропорциональны силам упругости. Тогда диссипативный оператор можно представить в виде $B = \eta C$ – модель Фойхта,

где η – положительная константа (коэффициент внутреннего трения). Неупругое деформирование и разрушение материала предполагает учет истории нагружения материала и ее влияния в каждый момент времени. Следовательно, диссипативный оператор должен суммировать всю предысторию, то есть быть интегральным оператором

$$B \frac{\partial u}{\partial t} = \int_{-\infty}^t R(t, \tau) \frac{\partial u}{\partial \tau} d\tau, \quad (10)$$

где $R(t, \tau)$ – функция, ядро наследственного интеграла, описывающее вязкоупругое поведение материала (конкретные виды ядер рассматриваются в теории вязкоупругости).

Таким образом, когда на тело действуют разнообразные диссипативные нагрузки, уравнения движения механической системы может иметь следующий вид:

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + [2\varepsilon A + \eta C] \frac{\partial u}{\partial t} + \int_{-\infty}^t R(t, \tau) \frac{\partial u}{\partial \tau} d\tau + C u = f \quad (11)$$

Для получения замкнутой системы уравнений уравнение (11) дополняется граничными и начальными условиями. Коэффициент поглощения

$$\psi = \frac{\Delta W}{W}, \quad (12)$$

где ΔW – энергия поглощения за цикл колебаний, W – максимальная энергия деформации, обычно вводится при исследовании петли гистерезиса. Тогда

$$\psi = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\oint \sigma d\varepsilon}{\frac{1}{2} \varepsilon_a \sigma_a}, \quad (13)$$

где Γ – контур петли гистерезиса. Коэффициенты диссипации и внутреннего трения

$$\varepsilon = \frac{\psi_1}{2\pi}; \quad \eta = \frac{\psi_2}{2\pi}. \quad (14)$$

Эти коэффициенты связаны через множитель $(2\pi)^{-1}$ с коэффициентами поглощения энергии при внешнем ψ_1 и внутреннем ψ_2 трении

$$(\psi_1 + \psi_2 = \psi).$$

3. Результаты и анализ

Для построения амплитудно – частотной характеристики составлена программа на языке C++ и получены численные результаты при следующих параметрах: $M=10$ кг; $m=0.01M$; $C_c=20.000$ Н/м; $C_D=20.000$ Н/м; $C_1=C_2=..C_k=C_c/2$; $x_1=0.1$, $x_2=0.2, ..., x_k=0$.к. $x_k < 1$, $l=1$.

Из рисунка 1 видно, что с помощью гасителя можно устранить опасного резонансного явления. В нашем случае оптимальным параметром является $n=2$ (число оптимальных гасителей). Здесь f – частота внешних нагрузок. Тогда амплитуда колебаний оптимально снижается. Логарифмическим декрементом колебаний называют параметр (рис.1):

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИНЦ (Russia) = 0.191
 ESJI (KZ) = 8.100
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

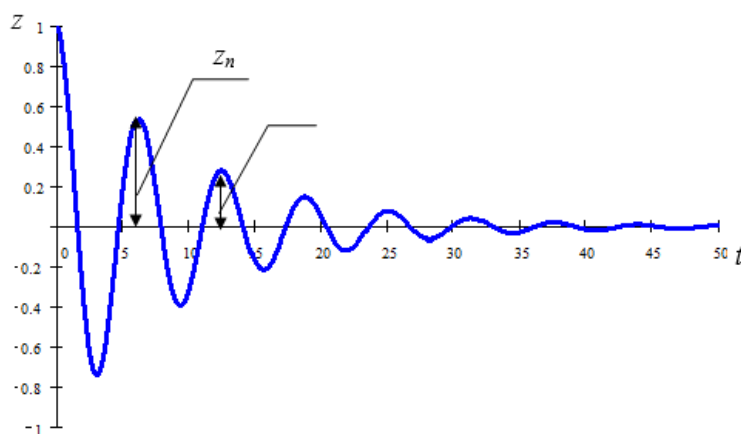


Рис. 1. Изменение амплитуды при демпфировании

$$\delta = \ln \frac{Z_n}{Z_{n+1}}$$

где Z_n – амплитуда колебаний на n -ом цикле колебаний. Установим связь с коэффициентом поглощения ψ

$$\psi = \frac{\Delta w}{w} = \frac{cz_{n+1}^2 - cz_n^2}{cz_n^2} = \left(\frac{z_{n+1}}{z_n} \right)^2 - 1 = 2\delta, \psi = 2\delta. \quad (15)$$

Заключение

Предложен алгоритм исследования и реализованный в виде программного обеспечения, позволяющего моделировать колебания системы с конечным числом степеней свободы при внешнем вибрационном воздействии. Для обеспечения устойчивого колебания необходимо при большом затухании резонансные частоты оказываются весьма близкими к единице, т.е. к той безразмерной частоте, на которой необходимо гасить колебания системы.

References:

1. Norenkov, I.P. (2009). *Fundamentals of Computer-Aided Design*. (p.336). Moscow: Bauman Moscow State Technical University Publishing.
2. Yurkov, N.K. (2012). *Technology of Electronic Devices*. (p.640). Penza: Penza State University Publishing.
3. (1981). *Vibrations in Engineering: Handbook: Vol. 6. Protection Against Vibrations and Shocks*, edited by K.V. Frolov. (p.456). Moscow: Mashinostroenie.
4. Tokarev, M.F., Talitsky, E.N., & Frolov, V.A. (1984). *Mechanical Impacts and Protection of Electronic Equipment: A Textbook for Universities*, edited by V.A. Frolov. (p.224). Moscow: Radio i Svyaz.
5. Mirsaidov, M.M., Safarov, I.I., & Teshaev, M.Kh. (2019). Oscillations of Multilayer Viscoelastic Composite Toroidal Pipes. *Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics*, Vol. 13, No. 2, 2019, pp. 105-116. DOI: 10.24874/jsscm.2019.13.02.08.
6. Gludkin, O.P. (2001). *Methods and Devices for Testing Electronic and Electrical Equipment*. (p.335). Moscow: Higher School.
7. Fedorov, V., Sergeev, N., & Kondrashin, A. (2005). Control and Testing in the Design and Production of Electronic Devices. *Technosphere*, 2005, 504 p.
8. Kalenkovich, N.I. (2008). *Electronic Equipment and the Basics of its Design: A Study Guide for Students in "Modeling and Computer Design" and "Design and Production of Electronic Devices"*. (p.200). Minsk: BSUIR.
9. Kofanov, Y.N., Shalumov, A.S., Goldin, V.V., & Zhuravsky, V.G. (2000). *Mathematical Modeling of Electronic Devices Under Mechanical Loads*. (p.226). Moscow: Radio i Svyaz.
10. Capatti, M.C., Carbonari, S., Gara, F., et al. (2016). *Experimental Study on Instrumented Micro Piles*. Environmental, Energy, and Structural Monitoring Systems (EESMS), 2016 IEEE Workshop on, 2016, pp. 1-6. DOI: 10.1109/EESMS.2016.7504831.

Impact Factor:	ISRA (India)	= 6.317	SIS (USA)	= 0.912	ICV (Poland)	= 6.630
	ISI (Dubai, UAE)	= 1.582	ПИИИ (Russia)	= 0.191	PIF (India)	= 1.940
	GIF (Australia)	= 0.564	ESJI (KZ)	= 8.100	IBI (India)	= 4.260
	JIF	= 1.500	SJIF (Morocco)	= 7.184	OAJI (USA)	= 0.350

11. Adamo, F., Attivissimo, F., & Lanzolla, A.M.L. (2013). Assessment of the Uncertainty in Human Exposure to Vibration: An Experimental Study. *IEEE Sensors Journal*, 2014, Vol. 14, Iss. 2, pp. 474-481. DOI: 10.1109/JSEN.2013.2284257.
12. Palacios-Quinonero, F. (2013). *Passive-Damping Design for Vibration Control of Large Structures*. Control and Automation (ICCA), 2013 10th IEEE International Conference on, 2013, pp. 33-38. DOI: 10.1109/ICCA.2013.6565018.
13. Chandra, R., Singh, S.P., & Gupta, K. (1999). Damping Studies in Fiber-Reinforced Composites — A Review. *Composite Structures*, 1999, Vol. 46, pp. 41-51. [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(99\)00041-0](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(99)00041-0)
14. Finegan, I.C., & Gibson, R.F. (1999). Recent Research on Enhancement of Damping in Polymer Composites. *Composite Structures*, 1999, Vol. 44, No. 2-3, pp. 89-98. [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(98\)00073-7](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(98)00073-7)
15. Treviso, A., Van Genechten, B., Mundo, D., & Tournour, M. (2015). Damping in Composite Materials: Properties and Models. *Composites: Part B*, 2015, Vol. 78, pp. 144-152. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2015.03.081>